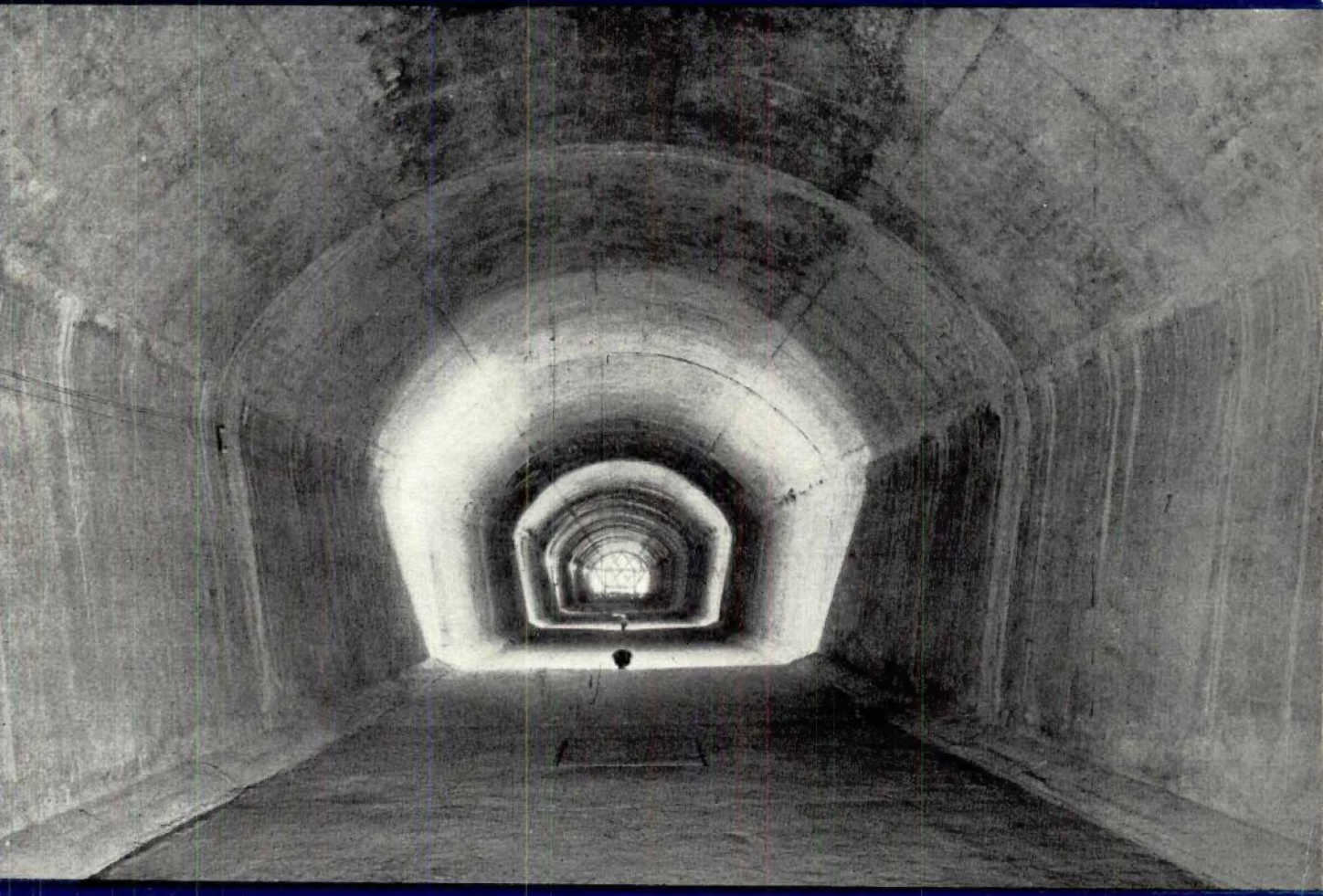
# TÉCNICA



## REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 265 - OUTUBRO - 1956

# CIMENTO SECIL

O CIMENTO PARA OBRAS DE GRANDE RESPONSABILIDADE

**4 fornos rotativos — 300.000 toneladas anuais**

Fábrica no Outão — Setúbal

Lisboa — Rua do Comércio, 56-3.º

Máquinas de costura — Radiadores e caldeiras para aquecimento central — Caloríferos — Fogões de cozinha — Banheiras e outro material sanitário de ferro esmaltado — Marmitas e equipamento complementar para grandes cozinhas — Bombas centrífugas e manuais — Acessórios para instalações de água quente e vapor — Tubos de aço

INDÚSTRIAS A. J. OLIVEIRA, FILHOS & C.ª, LDA.

OFICINAS METALÚRGICAS OLIVA

SÃO JOÃO DA MADEIRA • PORTUGAL

Desde o Distrito de **VIANA DO CASTELO** ao de **LEIRIA** e nos Distritos de **SETÚBAL** e **ÉVORA** as

FÁBRICAS
CIDADES
VILAS e
ALDEIAS portuguesas

são abastecidas de

**ELECTRICIDADE**

para

**FORÇA MOTRIZ E TODOS OS USOS INDUSTRIAIS, LUZ, ETC., a TARIFAS MUITO VANTAJOSAS e com as maiores facilidades,**

pela

# UNIÃO ELECTRICA PORTUGUESA

e produzidas nas CENTRAIS:

| | |
|---|---|
| Thérmica do FREIXO ..... ... | 22.000 CV |
| Hidráulica do LINDOSO... .... ... | 100.000 CV |
| Thérmica da CACHOFARRA... | 14.000 CV |

**Os Escritórios da UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA são:**

**NO PORTO** Rua Duque de Loulé, 148
**EM LISBOA** Rua Rosa Araújo, 35

# ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA

LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 63649

PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

# TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXI - N.º 265 Outubro de 1956

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

**DIRECTOR**

JORGE DO NASCIMENTO VALÉRIO

**ADMINISTRADOR**

CARLOS MANUEL DE MEDEIROS PORTELA

**CORPO REDACTORIAL**

JORGE AZEVEDO CIPRIANO

JOÃO CARLOS DA MAIA NOGUEIRA

★

NUMERO AVULSO 12$50

**ASSINATURAS:**

| | 3 N.os | 5 N.os | 10 N.os |
|---|---|---|---|
| Continente e Ilhas | 32$50 | 50$00 | 95$00 |
| Ultramar Português e Espanha | — | 55$00 | 100$00 |
| Estrangeiro | — | 60$00 | 110$00 |

★

**EDITOR E PROPRIETÁRIO**

ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

★

COMPOSTO E IMPRESSO NA

Tip. JORGE FERNANDES, L.DA

RUA CRUZ DOS POIAIS, 103

LISBOA

# SUMÁRIO

**CAPA — Galeria do metropolitano, construída no 6.º troço (Avenida da Liberdade)**

Págs.

**Os Quadros Técnicos e a especialização**

Pelo Eng.º Quím.-Ind. Luís A. de Almeida Alves . . . . . 1

**Comunicação por impulsos — Estudo da modulação de sucessões de impulsos**

Pelo Eng.º Electr. Manuel José de Abreu Faro . . . . . 5

**Solos das Estradas — Relatório Português apresentado no X Congresso Internacional da Estrada — Istambul, 1955**

Pelos Eng.os Úlpio Nascimento, Pereira dos Santos, Waldemar d'Orey, Abel Simões, Fernando Branco, Elias da Costa, Marques Dias, Kol de Carvalho e Ruy Martins . . . 39

**Metropolitano de Lisboa** 67

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e consumo de energia na rede eléctrica nacional** . . . . . 73

**Do Mundo Técnico** . . . . . 74

**Biblioteca** . . . . . 76

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SAO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

# Índice Alfabético dos nossos anunciantes


Pág.

## A

**Agência Comercial, Ltd.** . . . . . XXXIX
**Agência Geral de Material Eléctrico, Ltd.ª** . . . . . XXXVI
**A. Gestetner, Ltd.ª** . . . . . XXXIX
**Alfredo Alves** . . . . . XXXIX
**Ahlers, Lindley, Ltd.ª** . . . . . XXIV
**António Baró** . . . . . XIII
**Azevedo & Pessi, Ltd.ª** . . . . . XXXVIII

## B

**Blackwood Hodge** . . . . . IV
**Bonneville Oliveira** . . . . . XLI
**Bouhon & Irmão, Ltd.ª** . . . . . XLIII

## C

**Canelas & Figueiredo, Ltd.ª** . . . . . XVIII
**Cimento Secil** . . . . . 2.ª da capa
**Companhia de Cimentos Brancos** . . VI
**Companhia «Cimento Tejo»** . . . . . XIII
**Companhia União Fabril** . . . . . XLIII
**Construções Técnicas, Ltd.ª** . . . . . IX
**C. Santos, Ltd.ª** . . . . . V e XXXVII

## E

**Edmond Dardel** . . . . . II
**Electro-Arco, Ltd.ª** . . . . . 2.ª da capa
**Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª** . . . . . XXVI
**Empresa Electro Cerâmica** . . . . . VI
**ENAE** . . . . . XVII
**Empresa de Produtos Asfálticos** . . . X
**Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª** . . . . . 3.ª da capa
**Estabelecimentos Herold, Ltd.ª** . . . XXXII

## F

**Fábrica Metalúrgica e Construtora CARAVELA, Ltd.ª** . . . . . XXXIII
**Fábrica Portugal** . . . . . XIV
**Fundição e Construção Mecânicas** X

## G

**General Electric Portuguesa** . . . . XX
**Guedes & Santos Silva, Ltd.** . . . . . XLI

## H

**Harker, Summer & C.ª, Ltd.ª** . . . . XLIII
**Heliaço, Lda.** . . . . . XXVI
**Henriques & Castro, Ltd.ª** . . . . . IX

## I

**Indústrias A. J. Oliveira & Filhos & C.ª, Lda.** . . . . . 2.ª da capa
**Industriewerk Schaeffler** . . . . . XXII
**INEL** . . . . . XXI

Pág.

**Isola** . . . . . XLIII
**IST** . . . . . XLII

## J

**J. E. Michaëlis de Vasconcellos (Eng.º)** XXII

## L

**Leacock (Lisboa), Ltd.ª** . . . . . XV

## M

**Mabor** . . . . . XLI
**Manil** . . . . . XXXV
**Máquinas de Precisão, Ltd.ª** . . . . . XXXV
**Mecâno-Civis, Ltd.ª** . . . . . XXVIII
**Minas e Metalurgia** . . . . . XXVII
**Monteiro Gomes, Ltd.ª** . . . . . VIII

## N

**Nordberg** . . . . . XXXIV

## P

**Papelaria Fernandes** . . . . . XXXI
**P. Bellasi** . . . . . XVI
**Pelikan Grafos** . . . . . XLI
**Philips Portuguesa** . . . . . XXIX
**Pimentel & Casquilho, Ltd.ª** . . . . . III

## S

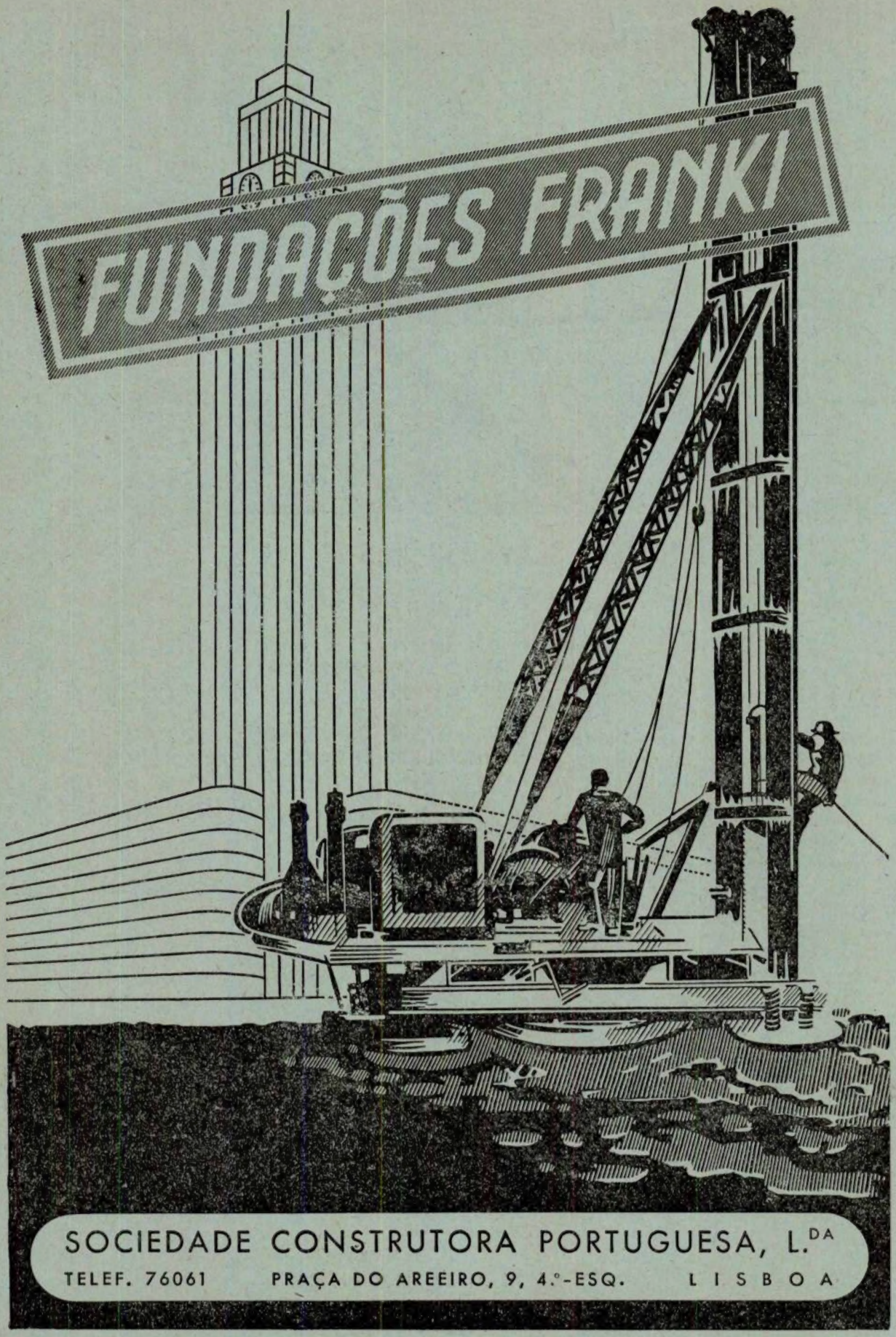
**Sanfer, Ltd.ª** . . . . . XII
**S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da** XXIII
**SKF** . . . . . XX
**SMEIA** . . . . . XL e XLIV
**Sociedade Avanço, Lda.** . . . . . XXX
**Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª** . . . . . I
**Sociedade de Electricidade Brown Boveri** . . . . . 4.ª da capa
**Sociedade Ericsson de Portugal, Ltd.ª** XII
**Sociedade Fabril de Matérias Plásticas** . . . . . XIX
**Sociedade Industrial Metalúrgica** . XII
**Sociedade Portuguesa Cavan** . . . . XLII
**Socotel** . . . . . XXV
**SOFAI** . . . . . XI
**Sondagens Ródio, Ltd.ª** . . . . . XII
**SOMEC** . . . . . XXX
**SOPECATE** . . . . . XIII
**Standard Eléctrica** . . . . . VII

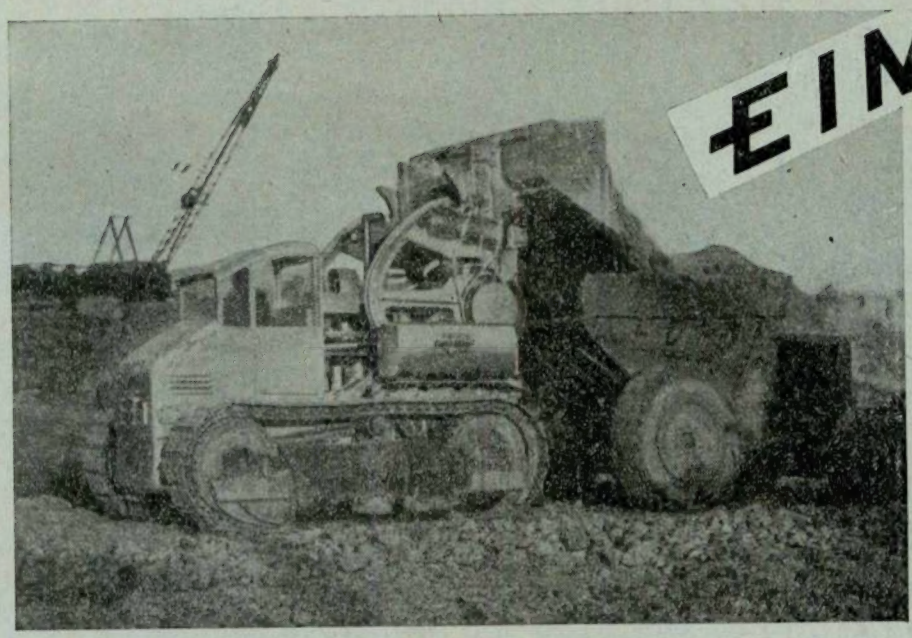
## U

**União Eléctrica Portuguesa** . . . . . 2.ª da capa

## V

**V. T. Martins** . . . . . XXXVIII


FUNDAÇÕES FRANKI
SOCIEDADE CONSTRUTORA PORTUGUESA, L.DA
TELEF. 76061
PRAÇA DO AREEIRO, 9, 4.º-ESQ.
LISBOA



# EIMCO

Rocker Shovel
Patenteado

**SIMPLICIDADE**

**COMPACIDADE**

**ROBUSTEZ**

peso 17.000 kg
balde 1.110 litros

## TRACTOR ESCAVADOR 105

ATÉ AO

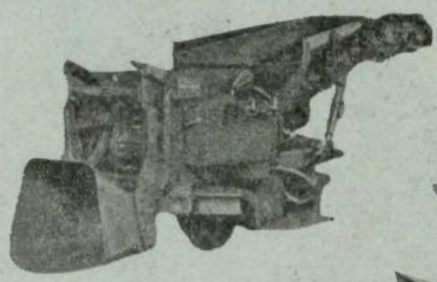
**SUPERIOR A ESCAVADORA CLÁSSICA**

Resolvendo o problema da carga tanto em pedreiras como em galerias e com qualquer veículo

**MÍNIMO VALOR DE COMPRA**
**MÍNIMO CUSTO DE CONSERVAÇÃO**

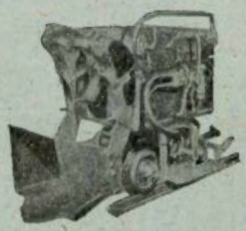
ENERGIA pouco consumo { AR COMPRIMIDO / ELÉCTRICA / DIESEL

ao modelo 21 a ar comprimido corresponde o modelo 630 montado sobre lagartas



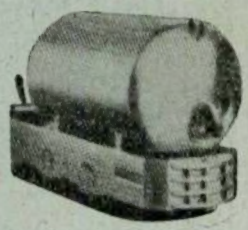
Modelo 40

Modelo 21



Modelo 12-B

Locomotiva a ar



**TODA A GAMA DE CARREGADORAS SUBTERRÂNEAS**

**Milhares de unidades trabalhando em todo o Mundo**

•

AGENTE EXCLUSIVO

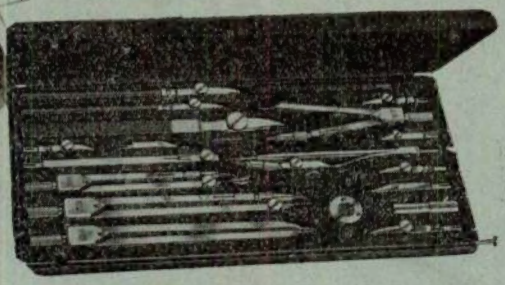
EDMOND DARDEL

Rua Rodrigues Sampaio, 19-4.º-B — LISBOA

Telef. 4 2289

**WILD**
HEERBRUGG

A MARCA SUIÇA DE
PRESTÍGIO
INTERNACIONAL



# ESTOJOS DE DESENHO
DE
AÇO INOXIDÁVEL

## À VENDA NAS BOAS PAPELARIAS

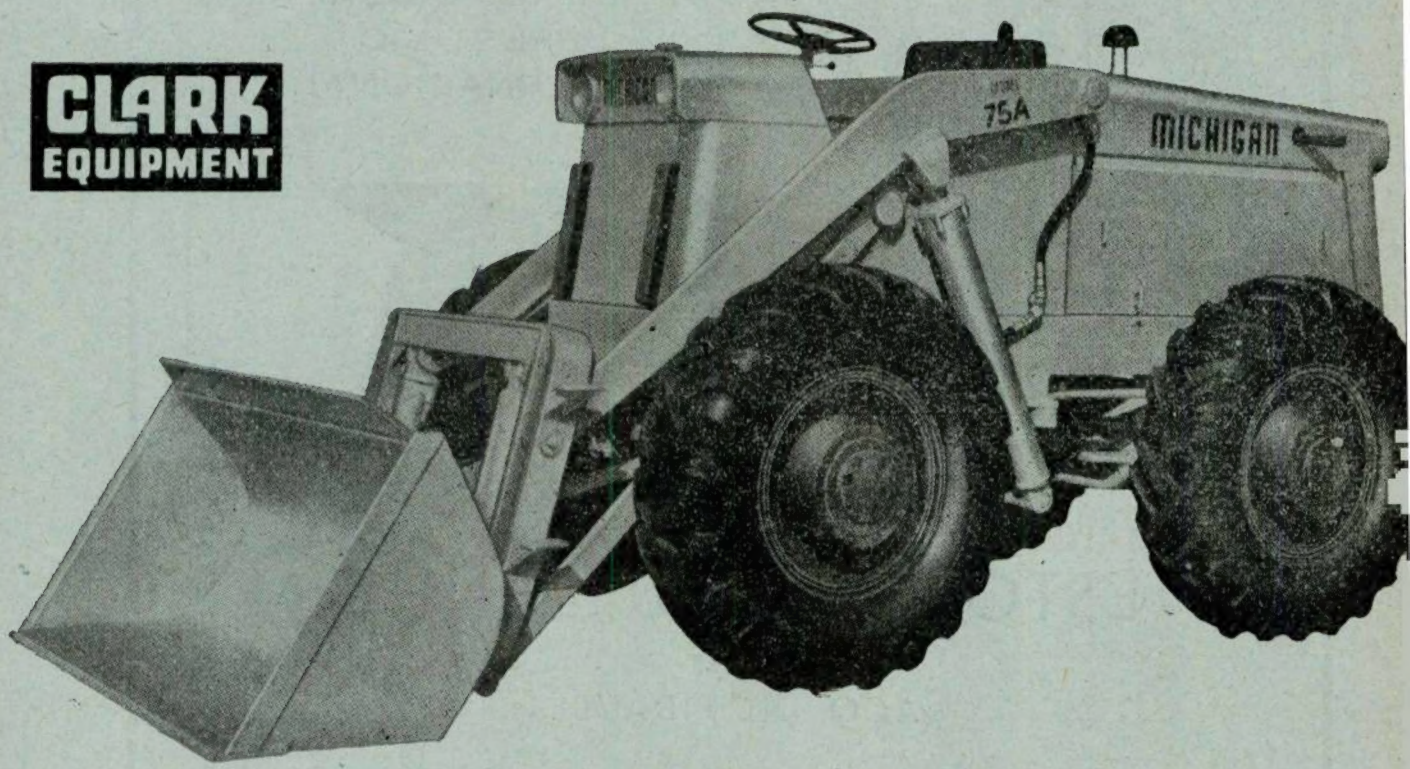
■

REPRESENTANTES NO PAÍS:

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA
RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75 • LISBOA
TELEFONE: 2 4314 TELEGRAMAS: TECNA

# *tracto-carregador*

# CLARK
MIGHIGAN
U. S. A.




**Mais «EXTRAS» são «STANDARD» no MICHIGAN do que em qualquer outro tracto-carregador.**

- DOIS FARÓIS DIANTEIROS PLENOS DE LUZ
- MUDANÇAS DE TRANSMISSÃO SEMI-AUTOMÁTICAS
- CONVERSOR DE BINÁRIO — NÃO TEM EMBRAIAGEM
- MOVIMENTO DE BALDE INDEPENDENTE DA LANÇA
- CONTA HORAS DO MOTOR
- FILTROS DE ÓLEO PARA O MOTOR E CONVERSOR
- DOIS FARÓIS TRASEIROS
- DIRECÇÃO COM AJUDA HIDRÁULICA
- DESMULTIPLICAÇÃO NOS CUBOS DAS RODAS
- INDICADOR DA POSIÇÃO DO BALDE

Motor Diesel 80 CV. — Duas velocidades de trabalho e duas de marcha, quer para a frente quer para trás — direcção às rodas traseiras — todas as rodas motoras — pneus 14 : 00 × 24 tipo terraplanagem — balde de 1 jarda cúbica, etc., etc.
Tudo isto torna o Michigan no campião de todos os tracto-carregadores de rodas ou de lagartas.

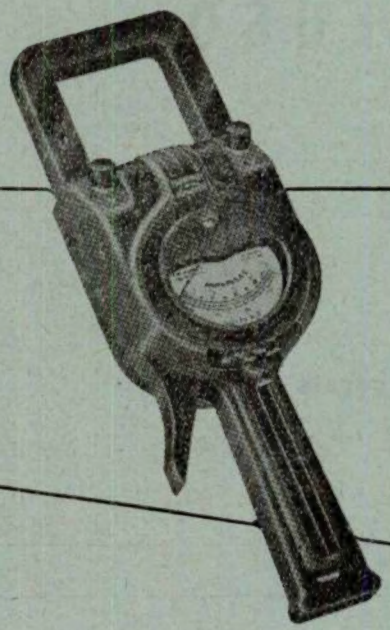
DISTRIBUIDORES EXCLUSIVOS:

## BLACKWOOD HODGE

AV. ALMIRANTE REIS, 247 — LISBOA

Telef. 72 59 48 - 72 59 84

# PINÇAS FERRANTI



PINÇAS VOLT—AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

| EM AMPÈRES | EM VOLTS |
|---|---|
| 0 – 10 AMPS. | 0 – 150 V |
| 0 – 25 » | 0 – 600 » |
| 0 – 100 » | |
| 0 – 250 » | |
| 0 – 1000 » | |

PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

0 – 3 KW
0 – 6 »
0 – 12 »
0 – 30 »
0 – 60 »
0 – 120 »
0 – 300 »

REPRESENTANTES:

C. SANTOS LDA.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA
T. DA GLÓRIA, 17—LISBOA
160, R. STA. CATARINA, 168—PORTO

# O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

**permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos**

**Estude a vantagem do emprego do**

# CIMENTO BRANCO LUSO

**Consulte os distribuidores gerais**

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 2 0464 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto



# EMPRESA ELECTRO CERÂMICA — S. A. R. L.

## Candal — Gaia

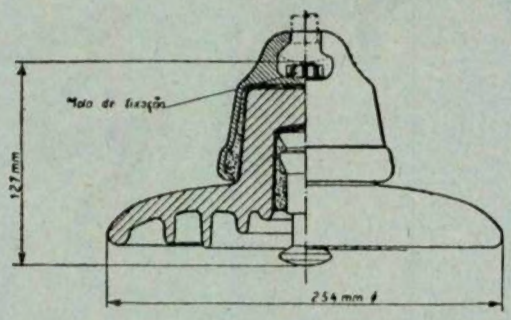
**ISOLADORES DE CADEIA**

**Para suspensão**

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

**Peso aproximado: 4,3 kg cada elemento**




**Materiais**

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

**Sede — Largo Barão de Quintela, 3 — LISBOA**

# Standard Electrica

ASSOCIADA

DA

"INTERNATIONAL TELEPHONE & TELEGRAPH CORPORATION"

## PROJECTOS — FORNECIMENTOS — INSTALAÇÕES

— Material de radiocomunicações para todas as aplicações em média, alta, muito alta e ultra-alta frequência;

— Equipamentos de radiodifusão e televisão e respectivo material de estúdio e acessórios;

— Sistemas de antenas para aplicações gerais e especiais para radiocomunicações, radiodifusão e televisão;

— Instalações de comutação telefónica, manuais e automáticas, de todos os sistemas e capacidades. Sistemas de comunicações por fios em altas frequências;

— Materiais de transmissão telegráfica automática, por fios e por rádio;

— Sistemas de sinalização e de comando, automáticos e manuais, intercomunicadores, amplificadores e aparelhagem acessória;

— Cabos e acessórios de todos os tipos, para energia, comunicações e altas frequências;

— Rectificadores de selénio de tipos especiais e gerais para todas as aplicações.

Serviços Técnicos, Comerciais e Fábrica

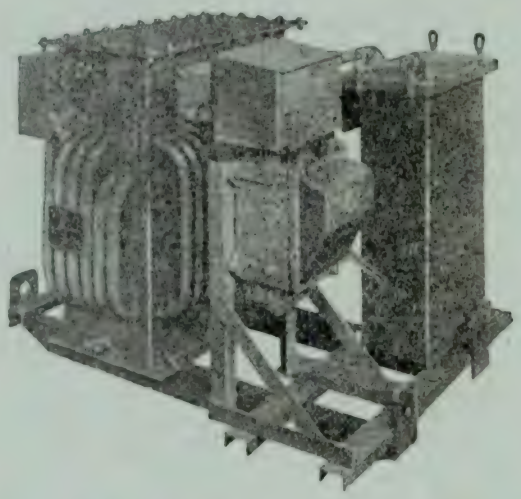
NA AVENIDA DA INDIA — LISBOA

TEL. 63 81 71/6

# POSTOS DE SOLDADURA A ARCO

# 'ENGLISH ELECTRIC'

Dentro do vastíssimo programa de produção da **"English Electric"**, merecem especial relevo os seus postos de soldadura eléctrica, de cujos tipos citamos:



— Postos uni-operador de transformadores em banho de óleo para 210, 250, 300, 400 e 600 A. com condensador para correcção do factor de potência e interruptor-fusível.

— Postos multi-operador de transformadores em banho de óleo com 3, 6, 9 e 12 saídas independentes, para 300, 400 e 600 A.

— Equipamento ionizador de Alta Frequência para soldadura de metais não ferrosos.

A figura mostra um dos transformadores multi-operador de 300 A., para 3 soldadores, equipado com um condensador de 65 KVA e um tripolar de 150 A, actualmente funcionando em Portugal.

**Representantes exclusivos para Portugal e África Ocidental Portuguesa:**

## MONTEIRO GOMES, LIMITADA

R. Cascais, 47 (Alcântara)
**Telef. 637083 (3 linhas)**
LISBOA

P. do Município, 309-3.º
**Telef. 25021**
PORTO

E

BEJA — VILA FRANCA DE XIRA — LUANDA

APRESENTA EM TODO O MUNDO
UM PRODUTO À BASE DE CIMENTO

EMBELESADOR
PETRIFICANTE
HIDRÓFUGO

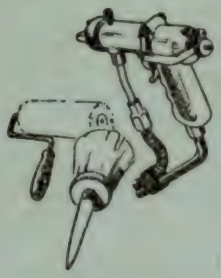
DISTRIBUIDORES EM PORTUGAL E ULTRAMAR:

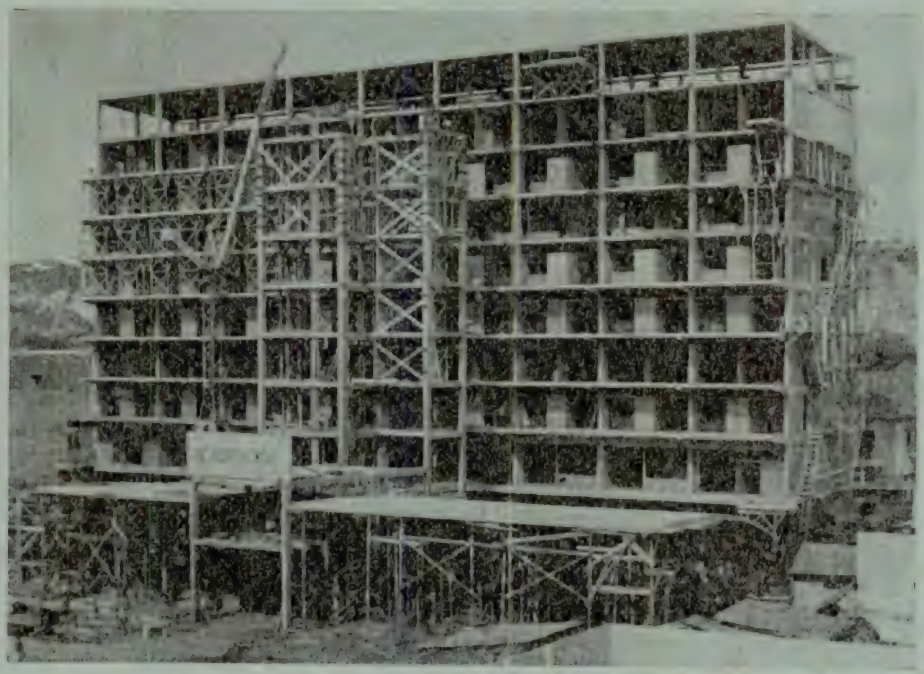
**HENRIQUES & CASTRO, Lda.**

Av. Conde de Valbom, 96
LISBOA

Tele { gramas: HENRICASTRO
fones 77 50 57 - 77 50 58

APLICAÇÃO
FÁCIL





EDIFÍCIO EM LUANDA PARA CIRILO & IRMÃO, LDA.
Estruturas porticadas de betão armado e pavimentos e cobertura de vigotas préfabricadas, sistema «Bisão»

**Construções Técnicas, L.da**

Praça do Município, 13, 3.º
LISBOA
Telefone 2 2344

FUNDAÇÕES
BETÃO
ARMADO
OBRAS
PÚBLICAS

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

FABRICA EM SACAVÉM

TELEFONES { 4 2651 / 4 2156 TELEG. EPALDA—LISBOA

FUNDIÇÃO E CONSTRUÇÃO MECÂNICAS
S. A. R. L.
OEIRAS

Uma grande organização na «Indústria Metalúrgica e Metalomecânica nacional»

Com **Fábrica** onde se produz:

**Fundição de ferro, Ferros Ligas e Metais, Esmaltes — Esmaltagem**
**OFICINAS DE SERRALHARIA E FORJAS**

*Alguns artigos de série:*

Banheiras de ferro fundido esmaltado — Todos os artigos sanitários para casa de banho e cozinha — Caldeiras e radiadores para aquecimento central — Salamandras — Fogões e fogareiros a gás — Fogões a lenha e carvão — Escadas e escadotes — Tábuas de engomar — Material para construção civil (aros para claraboias, sifões de pátio, ventiladores, portinholas, olhos de boi, autoclismos, etc.) — Bancos de jardim — Candeeiros para iluminação pública, etc.

PROJECTOS, ORÇAMENTOS E EXECUÇÃO DE INSTALAÇÕES E AQUECIMENTO CENTRAL

**Vendas directas ao comércio da especialidade**

Telefones:
Serviços 043 324 a 043 327
Administração 043 156
Secção Aquec. 4 1110 - 45301

Teleg. Fundição — OEIRAS

Correio: Apartado 711
LISBOA — CENTRAL

SECÇÃO DE AQUECIMENTO

Av. António Augusto de Aguiar, 7-A

Telefone 4 1110

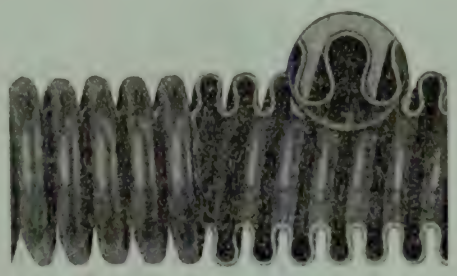
# TUBOS METÁLICOS FLEXÍVEIS

EM

TOMBAK, AÇO, LATÃO, BRONZE, ETC.

COM OU SEM COSTURA

PARA ALTAS PRESSÕES E TEMPERATURAS
E PASSAGEM VAPOR, GASES E LÍQUIDOS



Tubo sem costura

Tubo com costura

SOFAI, L.DA

Avenida João XXI, 20 C — Telef. 721195

LISBOA

# SOCIEDADE INDUSTRIAL METALURGICA

Responsabilidade Limitada

(REGISTADO)

■ ■ ■

**SERRALHARIAS,**

**CALDEIRARIA,**

**FERRARIA,**

**FUNDIÇÕES**

■ ■ ■

ESCRITÓRIO

**Rua de S. Tiago, 13**

**LISBOA**

Telefone 26572

# EMPILHADORES ELEVADORES

**0,6—15 Toneladas**

CARRINHOS TRANSPORTADORES E COM PEQUENA ELEVAÇÃO PARA O CONDUTOR DE PÉ OU SENTADO REBOQUES, ETC. ACCIONADOS POR MOTOR ELÉCTRICO COM BATERIAS DIESEL, ou A GASOLINA

**Fabricados por**

**Maschinenfabrik Esslingen**

**Alemanha**

**Representantes:**

SANFER, L.DA

R. de S. Julião, 41, 1.º — LISBOA

TELEFONES 26089 E 29849

# SONDAGENS RÓDIO, L.DA

LISBOA

RUA S. MAMEDE AO CALDAS, 22, 3.º

Telefones: 28685 - 26865 ✦ Telegramas: **SETANSOL**

**RÓDIO**

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
ESTACAS GUNITA
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS
CONGELAÇÃO DO TERRENO
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ABAIXAMENTO DO LENÇOL DE ÁGUA

—//—

Sócio gerente: **Walter Weyermann**-Eng. civil

Ericsson LM

- SISTEMAS TELEFÓNICOS DE TODOS OS TIPOS
- SISTEMAS DE SINALIZAÇÃO
- SISTEMAS DE SONORIZAÇÃO
- APARELHAGEM DE MEDIDA E ENSAIO
- CONTADORES ELÉCTRICOS
- CABOS E APARELHAGEM TELEFÓNICA E ELÉCTRICA

PROJECTOS
MONTAGENS
REPARAÇÕES
ASSISTÊNCIA TÉCNICA

**Sociedade Ericsson de Portugal, L.da**

R. Filipe Folque, 7, 1.º Tel. (P P C 2 linhas) 57193

# CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

**A instalação mais moderna do País. Dois fornos rotativos em laboração. — O "CIMENTO TEJO" marca pelas suas altas resistências e regularidade, garantidas pela fiscalização contínua de todas as fases do fabrico, exercida por técnicos portugueses especializados.**

Pedidos à Companhia "CIMENTO TEJO"

SEDE EM LISBOA
**RUA DA VITÓRIA, 88, 2.°**

FILIAL NO NORTE
**AV. DOS ALIADOS, 20, 3.°**
**PORTO**

## Sociedade de Pesquisas, Captações de Água e Transportes, L.da

# MATERIAL ELÉCTRICO

**para instalações de alta e baixa tensão**

•

ESPECIALIDADES **GARDY:**

Corta-circuitos e cartuchos de alto poder de corte
Disjuntores para força motriz e iluminação
Disjuntores de calibres variáveis
Disjuntores MINIHUILLE, até 35 kV
Dispositivos de corte em carga para seccionadores, etc.

**REPRESENTANTE:**

ANTÓNIO BARÓ

**Rua da Assunção, 99-2.°-Dt.°**

**LISBOA**

# Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

# MOBILIÁRIO METÁLICO

**EM TODOS OS GÉNEROS**

**Instalações completas para :**

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLÍNICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

---

## SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57
Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84

# LEACOCK (LISBOA), L.DA

AV. 24 DE JULHO, 16 — LISBOA

R. JOSÉ FALCÃO, 185 — PORTO

## SECÇÃO DE MÁQUINAS E ELECTRICIDADE

**REPRESENTANTES DE:**

**THE RAWLPLUG COMPANY, LTD.**
Material de fixação para construção civil e mecânica.

**HOOVER, LTD.**
Motores eléctricos desde 1/8 até 3/4 H. P., Monofásicos e Trifásicos.

**VERITYS, LTD.**
Motores eléctricos desde 1 até 125 H. P

**J. A. CRABTREE & CO. LTD.**
Material para instalações de luz: interruptores, fichas, tomadas, etc.
Material para instalações de força: arrancadores, disjuntores, caixas, etc.

**TRANSFORMERS & WELDERS, LTD.**
Transformadores de todos os tipos até à potência de 3000 K. V. A. e até à tensão de 33000 Volts.

**BARTON CONDUITS, LTD.**
Tubo de aço para instalações eléctricàs.

**EDWARD MAC BEAN & CO. LTD.**
Tubo, fita e pano de tela envernizada.

**MEASURING INSTRUMENTS (PULLIN), LTD.**
Amperímetros, Voltímetros, Frequencímetros, Wattímetros de todos os tipos e escalas.

**F. PERKINS, LTD.**
Motores Diesel marítimos.

**THE AUTOMATIC COIL WINDER AND ELECTRICAL EQUIPMENT CO, LTD.**
Osciladores, capacímetros, texts universais, texts electrónicos, analisadores de válvulas, luxímetros, expositores para fotografias.
Máquinas para bobinar e enfitar.

**GEORGE KENT**
Contadores de água, de vapor e de óleo.
Tubos Venturi
Determinadores e controladores do pH, do $CO_2$ e pirómetros pelo processo potenciométrico.
Combustiómetros, manómetros, registadores de distâncias, medidores-registadores de caudais, medidores de orifícios em condutas para gases.

**THORN ELECTRICAL INDUSTRIES, LTD.**
Luz fluorescente e rádios.

**ELECTRIC PANELS, LTD.**
Aquecimento eléctrico

# OERLIKON

Alternadores para todas as potências
Disjuntores até 400 kV
Transformadores
Motores eléctricos para todas as correntes, todas as tensões e todas as potências
Aparelhagem de protecção, reguladores, relés, etc.
Tracção eléctrica por corrente contínua ou corrente alterna de 16 $^2/_3$ e 50 per/seg.
Rectificadores e electrolizadores
Turbinas a vapor e a gás
Compressores centrífugos para usos industriais
Equipamentos completos para centrais eléctricas

ATELIERS DE CONSTRUCTION OERLIKON • ZURICH 50 • (SUÍÇA)
Representante geral para Portugal e Ultramar :

**P. BELLASI**

Rua Sá da Bandeira, 494-3.° • Telefone 2 19 68 • PORTO

# TÉCNICA

DIRECTOR: JORGE DO NASCIMENTO VALÉRIO
ADMINISTRADOR: CARLOS MANUEL DE MEDEIROS PORTELA

Ano XXXI - N.º 265 Outubro de 1956

C. D. 658.371.3

# Os Quadros Técnicos e a Especialização

PELO ENG.º QUÍMICO-INDUSTRIAL LUÍS A. DE ALMEIDA ALVES

Prof. do I. S. T.

Nos romances pitorescos e intencionalmente desconcertantes de Júlio Verne, que constituiam a literatura predilecta dos rapazes da geração passada, encontram-se alguns episódios acidentais que, na sua simplicidade, talvez tenham um maior significado intrínseco do que as ideias de fundo mais geralmente citadas.

É assim que na célebre aventura dos sábios interplanetários que resolveram «endireitar» o eixo da Terra (1), se descreve o terror do dia 22 de Setembro de 189... que antecedeu a noite do tiro do canhão gigante cujo recuo daria origem à maior realização da História da Humanidade. Acrescenta-se porém que, nessa noite trágica, havia uma pessoa imperturbàvelmente calma — o engenheiro Alcide Pierdeux — que ao rever, por curiosidade, os cálculos feitos, lhes descobriu um erro de base no perímetro da Terra, proveniente dos três zeros que o impetuoso J. T. Maston tinha omitido ao ser chamado ao telefone por Mrs. Scorbitt que assim conseguiu pôr em cheque, sem querer, a sua consagrada reputação de matemático.

Não é de prever que este episódio tivesse qualquer objectivo filosófico, porque em última análise, não foi mais do que uma solução de recurso para concluir a história sem complicações. No entanto, pode servir perfeitamente, para focar três pontos fundamentais da eficiência do progresso da Técnica moderna:

1) A necessidade da concentração de espírito nos trabalhos de investigação.
2) A falibilidade dos cálculos não convenientemente verificados.
3) O controle dos resultados ao longo da hierarquia técnica.

Os dois primeiros pontos — aliás, não totalmente independentes — são de tal modo evidentes e axiomáticos que não vale a pena considerá-los com mais pormenor. O terceiro no entanto, justifica um estudo ulterior, por fazer intervir dois conceitos até certo ponto contraditórios — o *rendimento dos quadros técnicos* e a *segurança dos resultados*.

É claro que o problema seria inexistente se, na variação desses dois conceitos em sentido inverso, não houvesse um condicionalismo económico a respeitar; tudo se resumiria então, a procurar efectivos técnicos em quantidade e qualidade para satisfazer em absoluto todos os imperativos da realização.

Acontece porém que as empresas industriais têm de conseguir os seus objectivos em plena concorrência comercial e por isso, a constituição dos seus quadros técnicos, como factor de exploração, tem de se subordinar a um princípio de economia máxima, considerada evidentemente num

(1) Volume 60, «Fora dos Eixos».

aspecto global. Resta saber até que ponto será possível definir um princípio desse género, dentro da versatilidade e mutabilidade da Indústria.

* * *

Comecemos por assentar num axioma de base:

*A concretização do progresso técnico faz-se no domínio da especialização.*

Sobre esse axioma podem estabelecer-se os seguintes três postulados:

1) *A potencialidade do progresso é tanto maior quanto maior for o grau de especialização atingido.*

2) *Quanto maior for o grau de especialização, menor é a zona do conhecimento que pode ser aproveitada.*

3) *Quanto maior for o grau de especialização, maior tem de ser a complexidade da estrutura técnica para a enquadrar no conjunto produtivo.*

Cada um destes postulados envolve em si um compromisso económico, no qual há que ir procurar a solução do problema posto.

Encarando a questão com o máximo de realismo, não se pode negar que a especialização constitua uma contracção forçada na expansão natural dos espíritos em formação; mas isso em nada tira o seu carácter de necessidade.

Sendo assim, é-se conduzido a uma conclusão paradoxal — a de que o progresso se consegue à custa da amputação do livre curso do desenvolvimento das faculdades intelectuais, cingindo-as a limites estreitos de evolução. Há portanto, que «levantar» o paradoxo para não se incorrer num absurdo intrínsecamente impossível de consentir.

É claro que neste ponto, o problema bifurca-se, por haver dois aspectos distintos a considerar — o reflexo na formação pessoal e a projecção na eficiência da utilização. Qualquer dos dois tem porém uma solução comum que provém da necessidade de haver um enquadramento sistemático dos resultados das diversas especializações localizadas, numa directriz comum de progresso que representa, em última análise, a capacidade de as promover e utilizar com rendimento.

Esse enquadramento que corresponde funcionalmente à existência de «articulações complexas», conduz ao estabelecimento dos quadros técnicos e implica em consequência o estudo das suas relações com a especialização.

Quando se fez o estudo da posição relativa das articulações da estrutura técnica ([1]), fixaram-se as seguintes duas condições fundamentais de preparação profissional, para as articulações complexas:

1) Experiência adquirida em *algumas* das articulações de complexidade imediatamente inferior.

2) Preparação teórica crescente, na base cada vez mais científica dos fenómenos considerados.

A especialização que se identifica com a noção de «articulação simples», aparece portanto, como uma fase transitória, quer na preparação individual, quer na posição ao longo da estrutura técnica.

Note-se porém, que *transitório* não é sinónimo de *dispensável*. Com efeito, o ensino universitário, embora não superficial, não pode ser conduzido no sentido de qualquer especialização por isso limitar o aspecto fundamental das bases teóricas específicas. É a especialização «post-escolar» que dá a medida das faculdades de realização integral, de domínio local dos problemas, de capacidade de análise das dificuldades de execução. Salvo em casos especiais de problemas de interesse excepcional, é um estágio sem «beleza» de conjunto, mas em que se toma consciência da potencialidade própria de criar e progredir.

A passagem às articulações complexas, representa um regresso aos fundamentos teóricos, mas agora encarados em função da experiência das especializações a que deram a necessária vitalidade. É uma segunda fase de formação que começa, mais profunda, mais científica e ilimitada na sua expansão.

---

«A Indústria e a preparação profissional», «Técnica», Fevereiro de 1952, pág. 281.

* * *

Na revista «Chemical and Engineering News, de 14 de Maio deste ano, sob o título «Managers are Trained — Not Born», apresentam-se os resultados de um inquérito feito a uma série de empresas norte-americanas sobre o problema da preparação dos seus quadros técnicos.

Desse inquérito, resultou a convicção de que na generalidade, os especialistas precisam de uma preparação teórica ulterior para exercerem funções directivas. E essa preparação pode ser adquirida nas Universidades, das quais a primeira a ter um curso formal foi o «Massachussetts Institute of Technology», em 1931.

Não se pode dizer pròpriamente porém, que este sistema tenha aceitação há 25 anos, porque o segundo curso (da «Harvard University») só foi estabelecido em 1943 e os restantes a partir de 1948 (um em 1948, dois em 1949, um em 1951, cinco em 1952, nove em 1953, quatro em 1954, quatro em 1955 e dois em 1956).

Independentemente das datas indicadas, o que interessa frizar é a tendência de dar uma importância cada vez maior à preparação dos quadros directivos, o que é devido fundamentalmente às seguintes razões:

1) Especialização cada vez maior dos especialistas com menores possibilidades de formação geral.
2) Expansão progressivamente mais rápida das empresas, obrigando a uma velocidade maior na formação dos quadros.
3) Complexidade crescente dos quadros técnicos, com a inerente necessidade de maior solidez das articulações.
4) Vantagem de criar um sentimento geral de que o facto de ser um bom especialista não constitui um obstáculo à ascensão ao longo da hierarquia técnica.

Em última análise, todas estas razões resultam do aumento crescente da incidência do custo dos quadros técnicos no valor da produção e daí, a necessidade de os estruturar a um preço mínimo. Por outras palavras, o somatório das despesas com os diversos graus de complexidade das articulações, terá de ser mínimo; tudo se resume por isso, a estabelecer o equilíbrio mais conveniente entre as articulações simples directamente executivas e as articulações complexas destinadas a coordená-las (no duplo aspecto de estímulo e de controle).

Esse equilíbrio implica a conjugação de um certo número de factores que se poderá sistematisar do seguinte modo:

1) Eficiência das articulações simples.
2) Capacidade de enquadramento e de crítica das articulações complexas.
3) Sincronização das operações em todas as articulações.

O problema da eficiência das articulações simples já foi esboçado noutro artigo ([1]) no qual se afirmou:

«E em consequência, se realça mais uma vez, a importância dos quadros técnicos e da preparação profissional, tanto mais que os trabalhos de estudo não são planificáveis e portanto, o conceito de *prazo* tem de ser substituído por um conceito de *tempo mínimo*, variável em cada caso, com os recursos científicos e com a estabilidade de organização».

Os aspectos de enquadramento e crítica e de sincronização constituem o ponto mais delicado na evolução do especialista ao longo da hierarquia técnica, porque lhe apresentam o tempo como um dado «à priori» que é necessário respeitar. Por um lado, os programas das empresas; por outro, a velocidade de produção das articulações mais simples. E, como «corolário», a dupla função de incutir ideias e de «filtrar» os resultados.

---

([1]) «Estudo e Realização», «Técnica», Outubro de 1954, pág. 1.

Mas *incutir ideias* não é *realizá-las*; *filtrar os resultados* não é *verificá-los*. Se assim fosse, a estrutura técnica deixaria de ter significado.

Mas sendo assim, as relações funcionais entre as articulações obrigam a introduzir o conceito de *confiança* na capacidade de realização das articulações mais simples e na certeza dos seus resultados; é nessa base que os cargos lhes podem ser confiados. Por isso, «incutir uma ideia» é sugerir um caminho teòricamente possível; «filtrar um resultado» é avaliar a sua possibilidade de estar certo.

Alcide Pierdeux verificou que o resultado estava errado; ter-lhe-ia sido mais difícil, no entanto, verificar a sua certeza absoluta, se não houvesse qualquer anomalia sensível.

* * *

Os caminhos da Técnica apresentam às vezes, algumas singularidades caprichosas, que parecem estar em desacordo com a lógica intrínseca da sua evolução.

Quando em 1953, alguns peritos no domínio da Energia Nuclear afirmavam que as centrais atómicas só seriam uma realidade económica dentro de 15 anos, era de admitir que o prazo fosse aceitável dadas as dificuldades que haveria necessàriamente que vencer.

Mas, quando em 1956, se fixam os mesmos 15 anos para resolver econòmicamente, o problema da obtenção de água doce a partir da água do mar ([1]) (pela falta de água doce para a indústria americana), parece que se sai daquilo que seria normal imaginar. No entanto, não só o prazo é muito elevado, como a verba concedida foi de 15.000 contos para os estudos a realizar no ano fiscal que está a decorrer.

Não é que o problema não esteja tècnicamente resolvido por alguns processos — mas nenhum deles conduz a uma solução económicamente satisfatória. O programa de estudos consta fundamentalmente dos seguintes problemas:

— Técnicas de evitar as incrustações.
— Sistemas de separação de fases sólida e líquida.
— Tipos de aparelhagem de refrigeração.
— Destilação utilizando o compressor rotativo de Hickman para a compressão de vapor.
— Novo projecto de retortas solares.
— Aumento da permeabilidade e durabilidade usando o processo da «osmose inversa».
— Utilização de um processo de electrodiálise.
— Construção de células «osmiónicas».

Da enumeração destes problemas, ressalta o aspecto demorado e difícil da investigação de fundo a fazer, quer pela criação de técnicas novas quer pelo enquadramento em técnicas conhecidas, mas com severas limitações na aplicação prática.

Toda essa investigação implica uma especialização profunda nos campos explorados, reflectida no manuseamento integral das leis a seguir ou na capacidade de criar leis novas ajustáveis às condições particulares dos estudos elaborados.

Mas não se pode imaginar que a estrutura técnica em que esses trabalhos estão enquadrados fiquem à espera pacientemente dos resultados do especialista, como única entidade responsável pela sequência executiva e pelo êxito das conclusões. Há problemas de velocidade, de apoio técnico-científico, de interligação, que o transcendem, e que envolvem o rendimento dos quadros técnicos no seu conjunto; e esses implicam um equilíbrio dessa estrutura, do qual depende, fundamentalmente o valor económico dos resultados.

As estruturas técnicas não podem ser consideradas num sentido estático, para não correrem o risco de serem ultrapassadas; mas também não conseguem ser dinâmicamente produtivas, se o equilíbrio das articulações não for a garantia de um rendimento económico do conjunto.

É este o condicionalismo de base da Técnica dos nossos dias, mas é nele que se encontra a vitalidade dos seus processos e a beleza das suas concepções.

---

([1]) «Chemical Engineering», Agosto de 1956, pág. 108.

EMPRESA NACIONAL DE APARELHAGEM ELECTRICA

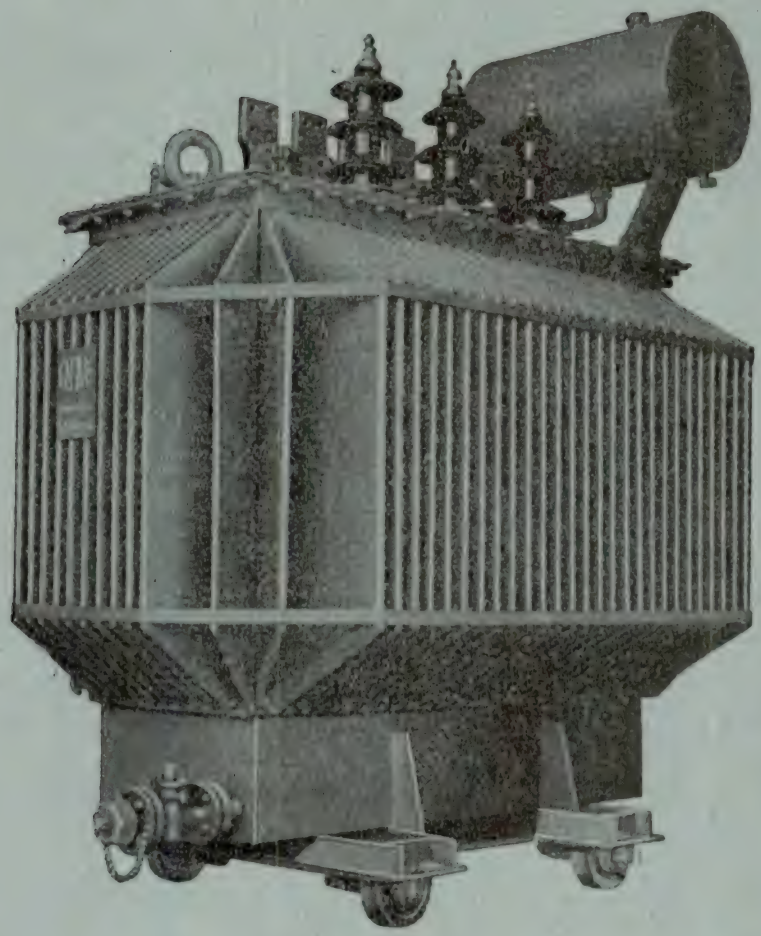
S. A. R. L.

AV. 24 DE JULHO, 158 – LISBOA

# TRANSFORMADORES

ENAE

Licença SIEMENS-SCHUCKERT



Tipo sKOU 753w/20, de 750 kVA, 15.000 ± 2,5 ± 5 % V/400-231/V, ligações Dy 5 construido para a Central da Bouçã, da H. E. Z.

**GAMA DE POTENCIAS: 5 a 1000 kVA — TENSÕES ATE 35 KV**

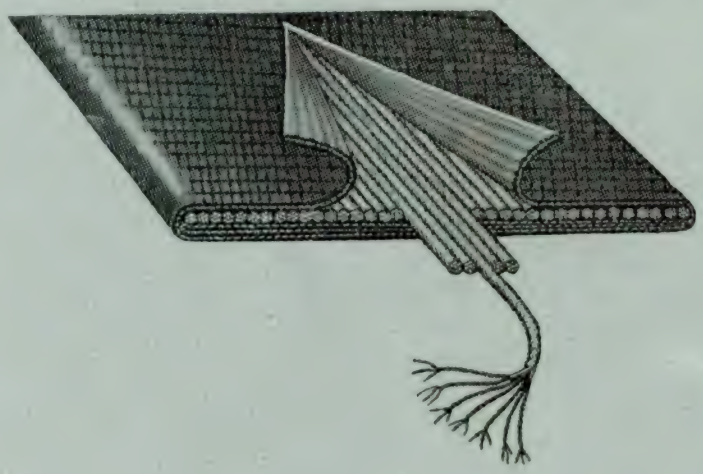
Obedecendo às regras VDE 0532 para transformadores

**Séries normal e rural, de perdas reduzidas, e especial, de perdas extra reduzidas**

## Quando tiver uma transmissão difícil, use

# GOODYEAR

## um tipo especial para cada serviço



Se devidas às altas velocidades e pequenos diâmetros dos tambores, as telas das correias que usa se deslocam, use correias sem-fim tipo **COMPASS,** um produto da

GOODYEAR

Em vez de telas, estas correias têm cordas sem-fim, o que dando maior flexibilidade à correia e uma menor espessura permite maiores velocidades e menores diâmetros de tambores.

Sempre que possa usar uma correia sem-fim, empregue uma **COMPASS,** durará mais e trabalhará com maior eficiência.

Para grandes potências use correias **COMPASS** com cordas de aço.

---

Distribuidores exclusivos: **CANELAS & FIGUEIREDO, L.DA**

**Rua dos Fanqueiros, 46 — LISBOA**

Telef. 2 5058 / 2 4502 / 2 1729

Teleg.: CANELASCO

C. D. U. 621.396.216

# COMUNICAÇÃO POR IMPULSOS

## ESTUDO DA MODULAÇÃO DE SUCESSÕES DE IMPULSOS

PELO ENG.º ELECTR. I. S. T. MANUEL JOSÉ DE ABREU FARO
Prof. do I. S. T.
Bolseiro do I. A. C.

*(Conclusão)*

### G — Conclusão final:

Do estudo feito nesta segunda parte obtivemos fundamentalmente os seguintes resultados:

1) A modulação no tempo é descrita e estudada convenientemente à custa das funções $\psi_a$ (t) e $\psi_b$ (t) que definimos e denominámos funções características.

2) Estabeleceu-se uma fórmula geral para a expressão analítica da modulação no tempo:

$$\int_{\psi_b(t)}^{\psi_a(t)} S_o(u)\, du$$

3) Estabeleceu-se uma fórmula geral para a modulação no tempo para impulsos de curta duração (caso particular da primeira)

$$S_o\,[\psi_a(t)]\; T\,\psi'_a(t)$$

4) Todos os sistemas de modulação no tempo estudados introduzem, em contraposição com a modulação em amplitude, uma distorsão intrínseca.

5) Estabeleceram-se as expressões analíticas para sucessões de impulsos moduladas no tempo por sinais sinusoidais.

6) Estabeleceram-se nesta hipótese expressões «$p_{nk}$» que permitem calcular a distorsão para os seguintes sistemas:

Modulação em duração assimétrica — MD
Modulação em duração simétrica — $MD_{sim}$
Modulação em posição — MP
Modulação de frequência — MF

MD $$p_{nk} = \frac{1}{K!}\left(\pi n \frac{T}{T_r}\right)^{K-1}$$

$MD_{SIM}$ $$p_{nk} = \left(\frac{n\pi}{2}\,\frac{T}{T_r}\right)^{K-1} \frac{1}{K!} \begin{matrix}\text{sen}\\ \cos\end{matrix}\; n\,\omega_r \frac{T}{2} \qquad \begin{matrix}K \to \text{par}\\ K \to \text{impar}\end{matrix}$$

MP $$p_{nk} = \frac{n f_r + k f}{f}\,\frac{1}{K!}\left(n\pi \frac{T_a}{T_r}\right)^{K-1}$$

MF $$p_{nk} = \frac{2}{n}\,\frac{n f_r + K f}{F_o}\, J_k\left(\frac{n F_o}{f}\right)$$

7) Impondo às amplitudes a condição de manterem um valor constante correspondente a um dado instante obtem-se um tipo de modulação $\overline{MA}$, cuja distorsão é corrigível.

É possível transformar a modulação $\overline{MA}$ numa modulação em duração o que é vantajoso para o problema do ruído. Na recepção operando de modo inverso restabelece-se a modulação de amplitude.

Teremos assim os seguintes sistemas:

$$\overline{MA} \rightarrow MD \rightarrow \quad \ldots\ldots \quad \rightarrow MD \rightarrow \overline{MA}$$

$$\overline{MA} \rightarrow MD \rightarrow MP \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow MP \rightarrow MD - \overline{MA}$$

8) Experimentalmente averiguou-se ser possível utilizar com pequena distorsão uma forma de modulação no tempo (modulação do intervalo de tempo) que resulta de modular na grelha um oscilador de bloqueio.

# Sistemas de comunicação por impulsos

## Características fundamentais

Resumidamente vamos apresentar as características fundamentais dos sistemas de comunicação por impulsos estudados.

Tomaremos como base os resultados anteriores e ainda as expressões obtidas no Apêndice VII para os factores de melhoria $F_N$ da relação sinal-ruído que os diversos sistemas apresentam relativamente a um sistema de modulação de amplitude de oscilações sinusoidais.

Os factores $F_N$ foram obtidos tomando apenas em consideração a acção do ruído sobre as sucessões de impulsos presentes ao desmodulador final, não traduzem assim completamente o processo completo da recepção. Dão-nos no entanto um índice qualitativo e quantitativo suficiente para comparar os diversos sistemas.

Tanto para o sistema de comparação como para os sistemas comparados admitiu-se uma modulação de 100 %, isto é, a função m f (t) que intervem nas diversas expressões supõe-se variando entre $(+1, -1)$ com excepção dos sistemas de modulação em duração onde se limita a duração do impulso a um valor mínimo.

Admitiu-se ainda que $\overline{m^2 f^2 (t)} = \frac{1}{2}$

Os factores de melhoria foram estabelecidos tomando como base a potência média $P_m$ posta em jogo na transmissão dos impulsos por uma portadora modulada pela sucessão de impulsos, admitindo-se que a modulação é tal que só há transmissão durante o tempo de ocorrência dos impulsos o que significa que a potência de ponta $P_P$ da portadora não modulada se relaciona com a potência $P_m$ por

$$P_m = P_P \frac{T}{T_r}$$

em que T é a duração dos impulsos transmitidos e $T_r$ o período de repetição dos mesmos.

Trata-se pois de factores de melhoria em igualdade de potência média.

As fórmulas obtidas para a modulação no tempo pressupõem a existência dum selector de amplitudes cuja finalidade é a eliminação do ruído captado pelo topo do impulso.

No Apêndice VII indicam-se em pormenor os métodos utilizados, as hipóteses admitidas e a validade das referidas fórmulas.

* * *

Em todo o estudo anterior admitiu-se sempre que a frequência «F» limite superior das frequências do sinal a transmitir era igual a $f_r/2$ em que $f_r$ era a frequência de repetição dos impulsos.

Pràticamente a frequência de repetição é sempre superior ao dobro de F promove-se deste modo uma maior separação entre os espectros do têrmo de audio e a banda lateral inferior da frequência de repetição diminuindo-se deste modo a distorsão, além de que mesmo que esta não se desse (modulação em amplitude) não existem filtros que estabeleçam uma separação exacta e bem definida entre as frequências à esquerda e direita de $f_r/2$.

Por exemplo a Siemens nos seus equipamentos PPM 6 300, PFM 24/300, PPM 24/500 de transmissão por impulsos modulados em posição utiliza:

Telefonia — Frequência máxima 3.400 $H_z = f_a$
Frequência de repetição 8.000 $H_z = f_r$
Relação $\frac{f_r}{f_a} = 2{,}35$.

Em Radiodifusão — Frequência máxima 10.000 $H_z = f_a$
Frequência de repetição 24.000 $H_z = f_r$
Relação $\frac{f_r}{f_a} = 2{,}4$.

No estudo feito admitiu-se portanto uma frequência máxima $f_a < F = f_{r/2}$.

* * *

Relação de símbolos utilizados:

B = largura de banda do andar de frequência intermédia
$f_a$ = valor máximo das frequências do sinal. Frequência limite do filtro desmodulador
$f_r$ = frequência de repetição dos impulsos
$T_r$ = período de repetição dos impulsos
T = duração dos impulsos
$T_a$ = deslocamento máximo no tempo (modulação em posição)
$F_o$ = variação máxima de frequência (modulação de frequência)
$F_N$ = factor de melhoria relativo do sistema N

$$F_N = \frac{\left(\frac{S}{R}\right)_N}{\left(\frac{S}{R}\right)_o}$$

$\left(\frac{S}{R}\right)_N$ — Relação sinal-ruído (potências) sistema N

$\left(\frac{S}{R}\right)_o$ — relação sinal-ruído (potências) sistema de modulação de amplitude de oscilações sinusoidais (banda dupla).

* * *

## Sistemas de comunicação por impulsos:

### Modulação em amplitude: MA.

A — Distorsão intrínseca nula. A distorsão realmente introduzida apenas depende da qualidade dos filtros limitador e desmodulador.

A — Largura de banda. Teòricamente demonstra-se que: (Shannon — P. I. R. E. — Nov — 48).

Um canal com uma largura de banda $F_o$ pode transmitir na unidade de tempo [2 $F_o$] impulsos independentes.

Conclui-se daqui que, precisando um sinal de frequência máxima « $f_a$ » 2 $f_a$ impulsos por segundo para ser transmitido ($f_r/2 = f_a$), a modulação de impulsos em amplitude exige uma largura de banda mínima de « $f_a$ » para transmissão directa e B = «2 $f_a$ » para transmissão por modulação de amplitude (banda dupla) duma portadora de radiofrequência.

Pràticamente $f_r > 2 f_a$ e mesmo assim a largura de banda não desce a $f_{r/2}$ pois que o facto pressupõe condições ideais. Marca no entanto a possibilidade teórica de conhecer numa dada época uma amplitude sem que se exija a transmissão «indeformada do impulso».

Isto significa que o sistema de modulação em amplitude é um dos sistemas por impulsos o que exige menor largura de banda.

C — Realização de sistemas múltiplos: É o sistema que permite a utilização mais económica do tempo.

D — Relação sinal-ruído:

Factor de melhoria $F_{MA} = 1$

Não apresenta vantagens em relação a um sistema de modulação de amplitude de oscilações sinusoidais.

**Modulação no tempo:**

É característica comum a todos os sistemas de modulação no tempo apresentarem:

Distorsão intrínseca
Largura de banda elevada
Melhoria de relação sinal-ruído $F_N > 1$

Dá-se uma melhoria da relação sinal-ruído à custa da largura de banda exigida.

**Modulação em duração:**

A — Como a transmissão de informação é dada pelo deslocamento de um dos lados do impulso (M D assimétrica), e o outro lado fixo pode ser dado por um impulso de sincronização que controla simultâneamente os diversos canais segue-se que se dissipa energia inutilmente transmitindo impulsos de radifrequência que se mantêm durante toda a duração (variável) do impulso. É, pois, pouco económico e sobre ele tem nítidas vantagens a modulação em posição.

B — Na realização de sistemas multiplos apresenta um aproveitamento menos económico do tempo que a modulação em amplitude.

C — Relação sinal-ruído.

O factor de melhoria $F_{MD}$ é dado por

$$F_{MD} = \frac{BT}{2}\left(1 - \frac{1}{BT}\right)^2$$

Tomando como exemplo

$$B = 4 \text{ mH}_z$$
$$T = 5\ \mu S$$

resulta

$$F_{MD} = 8{,}6 \quad \text{em} \quad \text{db} \simeq 9 \text{ db}$$

**Modulação em posição:**

A — Mais económica no que respeita a energia dissipada pelas razões ditas anteriormente.

B — As mesmas limitações no que respeita à realização de sistemas múltiplos.

C — Grande vantagem em não exigir linearidade no sistema de transmissão, a informação é transmitida apenas pelo tempo de ocorrência dos impulsos tomado relativamente a um referencial (sucessão não modulada) sincronizado por um impulso de sincronização.

Presta-se assim fàcilmente à utilização de repetidores que controlados por impulsos deformados de baixo nível podem regenerar um impulso de amplitude constante e independente do impulso de controle, apenas se exige que a deformação não seja tal que altere o tempo de ocorrência correcto.

D — Relação sinal-ruído.

O factor de melhoria é dado por:

$$F_{MP} = \frac{T_a^2 B}{T}$$

Esta relação simplifica-se admitindo que se usa um impulso de duração mìninima $T_m = \frac{1}{B}$

vindo então

$$F_{MP} = (T_a\ B)^2 \qquad T = T_m = \frac{1}{B}$$

Supondo:

$$B = 4\ MH_z$$
$$T = T_m = 0{,}25\ \mu\ S$$
$$T_a = 5\ \mu\ S$$

Resulta:

$$F_{MP} = 400 \quad \text{em} \quad db \simeq 26\ db$$

Obtem-se assim um valor bastante superior à modulação em duração

**Modulação de frequência:**

A — Distorsão intrínseca superior aos dois sistemas anteriores.

B — Não se presta à realização de sistemas múltiplos no sentido em que se tomaram aqui (divisão no tempo).

C — Relação sinal-ruído.

Apresenta um factor de melhoria elevado

$$F_{MF} = \frac{1}{4\ \pi^2}\ 3 \left[\frac{F_o}{f_a}\right]^2 \frac{B\ T_r^2}{T}$$

ou

$$F_{MP} = \frac{1}{4\ \pi^2}\ 3 \left[\frac{F_o}{f_a}\right]^2 B^2\ T_r^2 \quad \text{para} \quad T = T_m = \frac{1}{B}$$

Tomando como exemplo

$$f_a = 3000\ H_z$$
$$F_o = 3000\ H_z$$
$$T_r = 125\ \mu\ S \rightarrow f_r = 8000\ H_z$$
$$B = 4\ MH_z$$
$$T = T_m = \frac{1}{B} = 0{,}25\ \mu\ S$$

Resulta:

$$F_{MF} = 18700 \quad \text{em} \quad db \simeq 43\ db$$

O alto valor encontrado resulta fundamentalmente do emprego do circuito regenerador de impulsos, hipótese sobre a qual se deduziu a fórmula presente.

**Modulação em código binário**

1 — Distorsão intrínseca (ruído de quantificação) inversamente proporcional ao número de níveis utilizados na quantificação.

2 — Largura de banda.

Pelas razões apresentadas para o sistema de modulação em amplitude, um sistema em código binário utilizando sequências de K impulsos exige teòricamente para transmissão directa uma largura de banda de

$$K\ .\ f_a$$

em que $f_a$ é a frequência máxima do sinal a transmitir.

3 — Características de ruidos independentes do número de estações dum sistema poligonal de comunicações devido à operação de regeneração dos impulsos. É pois um sistema de interesse para transmissões ao longo de grandes percursos em «cabo hertziano».

4 — É o sistema que mais se aproxima do sistema ideal de Shannon e portanto aquele em que de modo mais eficiente se utiliza a largura de banda a favor duma melhoria da relação sinal-ruído.

### Domínio de Aplicação da Comunicação por Impulsos

Um sistema de comunicação representa sempre uma utilização especial dos conceitos de tempo e frequência.

Os sistemas de comunicação dependem assim da utilização que numa dada época se sabe e pode dar a estes dois conceitos.

Ao primeiro facto está associado o poder de concepção; ao segundo a possibilidade de no tempo em que o sistema ocorreu, realizá-lo tècnicamente com vantagens de qualidade e economia. São estes dois atributos que, então, o tornam, no domínio da Engenharia, digno de interesse.

Os sistemas de comunicação por impulsos são um exemplo concreto destas afirmações.

Inspiraram-se em técnicas já antigas como a do telégrafo e tem recebido o interesse teórico de muitos investigadores. Ganharam actualidade quando as técnicas dos impulsos e das micro ondas atingiram desenvolvimento conveniente.

Mercê da Teoria da Informação os sistemas de comunicação podem hoje ser comparados numa base científica rigorosa e dessa análise resulta um interesse crescente para os sistemas de comunicação por impulsos. Trata-se pois dum assunto que é actual quer no domínio teórico, quer no domínio prático.

* * *

Como se notou, os sistemas de comunicação por impulsos, excepção feita à modulação em amplitude, são caracterizados por uma melhoria da relação sinal-ruido á custa dum aumento da largura de banda exigida.

Este facto é hoje bem conhecido e está teòricamente analisado, o que se deve fundamentalmente a Shannon «The Mathematical Theory of Communication».

A modulação de frequência é um sistema em que se dá a mesma permuta.

Num sistema em código o ruído introduzido é o da quantificação, o qual diminui quando se aumenta o número de níveis ou, o que é equivalente o valor de K.

Um aumento indefinido de K conduziria simultâneamente a um aumento ilimitado da largura de banda e a tendência para zero do ruído de quantificação.

Do mesmo modo, uma transmissão na modulação no tempo dum impulso rigorosamente rectangular, invulnerável ao ruído, implicava também uma banda de transmissão infinita.

Tanto a modulação de frequência de banda larga como os sistemas por impulsos são adequados à acomodação dum número elevado de canais e têm um papel importante na realização de sistemas múltiplos.

A largura de banda elevada que exigem, proibitiva na banda das ondas curtas, representa, actualmente, uma fracção mínima da frequência da portadora quando esta for do domínio das ondas decimétricas ou centimétricas.

Estas bandas representam, deste modo, o ambiente próprio da comunicação por impulsos.

São de particular interesse os sistemas de comunicação poligonais (ponto a ponto) em que a transmissão se faz segundo a lei visual.

Do que se disse conclui-se que estão em competição os sistemas de modulação de frequência e os de impulsos ocupando nestes últimos especial relevo a modulação em posição que apresenta em relação à modulação em duração uma economia na duração de transmissão dos impulsos e uma melhoria da relação sinal-ruído.

Comparativamente os sistemas de comunicação por impulsos são de certo modo mais simples de realizar sobretudo a partir do momento em que já existem comutadores electrónicos especiais (Tubos de raios catódicos — ciclophon) que permitem uma fácil separação de canais.

Outro facto importante é a ausência de distorsão que se introduz na modulação no tempo, uma vez que é insensível à não linearidade do canal de transmissão, apenas interessa que o impulso

chegue a uma «estação intermédia» com nível suficiente para desencadear um impulso que regenerado será devidamente retransmitido.

Para longas transmissões o sistema que apresenta maior interesse é o sistema em código, que desde que se opere uma regeneração conveniente transmite ponto a ponto e para todo o percurso uma mensagem sem introdução de ruído, o qual se reduz ao da quantificação.

O tubo para modulação em código que se descreveu representa uma poderosa contribuição para a generalização destes sistemas, que até então exigiam uma complicada aparelhagem nos terminais.

É pois de esperar que um aperfeiçoamento e simplificação da aparelhagem electrónica associado a um semelhante progresso na técnica das ondas centimétricas, principalmente no que diz respeito aos elementos osciladores e amplificadores, representam factores de próxima generalização da comunicação por impulsos.

* * *

**Nota final**: Como se disse apresentamos nesta publicação alguns resultados que foram estabelecidos posteriormente à data de entrega da nossa dissertação — Julho de 1955.

A preparação da defesa da referida dissertação levou-nos a detalhar certas passagens e concluir em definitivo assuntos que a falta de tempo nos obrigou a concentrar e tratar com menos pormenor.

Por estes resultados e detalhes darem continuidade ao trabalho realizado decidimos incluí-los numa única publicação. Por corresponderem a uma elaboração em época diferente foram anexos em apêndices, excepção feita à fórmula particularizada de modulação no tempo para impulsos de curta duração que incluímos na exposição original e ao Apêndice V que já figurava na referida dissertação.

## APÊNDICE I: Demonstração da fórmula de interpolação (6) relativa às funções $S_F(t)$ de espectro limitado ao intervalo 0 a F.

Vamos demonstrar que sendo $S_F(t)$ uma função de espectro limitado ao intervalo de frequências 0 a F

$$S_F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_F(t_n) \frac{\operatorname{sen} 2\pi F(t-t_n)}{2\pi F(t-t_n)} \tag{1-I}$$

em que

$$t_n = \frac{n}{2F} - \tau \qquad n = \text{inteiro}$$

e $\tau$ representa um tempo arbitrário de referência.

* * *

Uma demonstração para $\tau = 0$ foi apresentada por Shannon em P. I. R. E. Novembro de 1948. Seguindo um caminho idêntico vamos fazer a demonstração para o caso geral de $\tau$ qualquer.

Seja $S_F(t)$ uma função de espectro $\vec{E}[S_F(t)]$ limitado ao intervalo 0 a F, teremos então as relações conhecidas

$$\vec{E}[S_F(t)] = \vec{g}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_F(t)\, \varepsilon^{-j\omega t}\, dt \tag{2-I}$$

$$S_F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{g}(\omega)\, \varepsilon^{j\omega t}\, d\omega = \int_{-W}^{W} \vec{g}(\omega)\, \varepsilon^{j\omega t}\, d\omega \tag{3-I}$$

O intervalo de integração de (3-I) reduz-se a $[-W, +W]$ uma vez que o espectro $\vec{g}(\omega)$ de $S_F(t)$ está limitado a $[-W, +W]$

$$W = 2\pi F \tag{4-I}$$

Vamos desenvolver, agora,

$$\vec{g}(\omega)\, \varepsilon^{-j\omega\tau} \tag{5-I}$$

em série de Fourier relativamente ao intervalo $[-W, W]$

$$\vec{g}(\omega)\, \varepsilon^{-j\omega\tau} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{C}_n\, \varepsilon^{jn\frac{2\pi}{2W}\omega} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{C}_{-n}\, \varepsilon^{-jn\frac{2\pi}{2W}\omega} \tag{6-I}$$

em que $\vec{C}_n$ é o complexo conjugado de $\vec{C}_{-n}$ e

$$\vec{C}_{-n} = \frac{1}{2W} \int_{-W}^{W} \vec{g}(\omega)\, \varepsilon^{-j\omega\tau}\, \varepsilon^{jn\frac{2\pi}{2W}\omega}\, d\omega \tag{7-I}$$

como é bem conhecido da análise de Fourier de funções definidas num intervalo limitado $[-W, +W]$.

Da comparação de (3-I) e (7-I) resulta que

$$\vec{C}_{-n} = \frac{1}{2W}\, S_F\left(\frac{n}{2F} - \tau\right) \tag{8-I}$$

De (6-I) resulta para $\vec{g}(\omega)$ a seguinte expressão

$$\vec{g}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{C}_{-n}\, \varepsilon^{-j\left(\frac{n}{2F} - \tau\right)\omega} \tag{9-I}$$

o que atendendo a (8-I) dá

$$\vec{g}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2W} S_F\left(\frac{n}{2F} - \tau\right) \varepsilon^{-j\left(\frac{n}{2F} - \tau\right)\omega} \tag{10-I}$$

Vamos agora substituir $\vec{g}(\omega)$ em (3-I) vindo

$$S_F(t) = \frac{1}{2W} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_F\left(\frac{n}{2F} - \tau\right) \int_{-W}^{W} \varepsilon^{-j\left(\frac{n}{2F} - \tau\right)\omega}\, d\omega \tag{11-I}$$

Feita a integração obtém-se finalmente, como se pretendia,

$$S_F(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_F(t_n)\, \frac{\operatorname{sen} 2\pi F(t - t_n)}{2\pi F(t - t_n)}$$

$$t_n = \frac{n}{2F} - \tau$$

## APÊNDICE II: Sobre a realizabilidade de filtros

Vamos esclarecer e justificar a afirmação feita na primeira parte -- Capítulo D — em que se salientou que o filtro ideal era teòricamente impossível.

O assunto será tratado apenas no seu aspecto essencial.

# UNILENE

**Características:**

Leveza; grande resistência ao choque, esmagamento e abrasão; boa flexibilidade; grande estabilidade dimensional; perdas de carga mínimas; imunidade à incrustação, insensibilidade às baixas temperaturas; resistência aos ácidos minerais, alcalis e soluções salinas, inatacabilidade por fungos ou roedores. Não tóxico.

**Restrições:**

A temperatura máxima de serviço contínuo é de 50° C.

**Aplicações:**

Construção Civil, Indústria Química, Condutas desmontáveis ou fixas para cerveja, agricultura, vinicultura, sulfato para as vinhas, estábulos, nitreiras, centrais leiteiras, sumos de frutos, águas ácidas, água salgada ou calcárea, condutas de água e ar nas minas, pedreiras, etc.

UNILENE

SOCIEDADE FABRIL DE MATÉRIAS PLÁSTICAS

**PORTO**
RUA DO HEROÍSMO, 291
Tele { gramas UNISOTRA
fone (prov.) 5 2102

**LISBOA**
RUA DA EMENDA, 19
Tele { gramas UNISOTRA
fone 2 0448 - 36 7488 - 36 7489

# Serviços técnicos

Anúncio 1

## SECÇÃO DE PROPOSTAS

Em todos os estabelecimentos SKF existem técnicos e engenheiros especializados ao dispor de quem os queira consultar sobre tudo quanto diga respeito a rolamentos, bem como a prestarem toda a colaboração na escolha dos mesmos e controlar a sua montagem.

Também, para um maior desenvolvimento do seu serviço técnico, faz a SKF um constante intercâmbio entre os seus estabelecimentos de todo o mundo.

**SOCIEDADE SKF LIMITADA**

LISBOA, Praça da Alegria, 66-A
PORTO, Avenida dos Aliados, 152

---

*Corrente Contínua para a Indústria*

**RECTIFICADORES DE VAPOR DE MERCÚRIO**

Projectados pelos engenheiros especialistas da BTH, e construídos por homens com longa experiência neste tipo de equipamento de conversão os rectificadores BTH, pelo seu serviço eficiente e seguro alcançaram no mundo inteiro uma reputação sem igual.

A figura mostra parte de uma instalação de rectificadores em tanque de aço, sem bomba da União Fabril do Azoto-Alferrarede. Estes rectificadores alimentam dois conjuntos de células electrolíticas de 15.000 amp. 600 volts que fornecem hidrogénio para produção de amónio.

THE **BRITISH THOMSON-HOUSTON** COMPANY LIMITED, RUGBY ENGLAND
*Member of the AEI group of companies*

REPRESENTANTES GERAIS
GENERAL ELECTRIC PORTUGUESA
RUA DO NORTE, 5 – LISBOA • RUA SÁ DA BANDEIRA, 585 – PORTO

A 4654

* * *

Consideremos um filtro cujas características são definidas pelo operador complexo $\vec{F}(\omega)$

$$\vec{F}(\omega) = A(\omega)\, \varepsilon^{-j\Psi(\omega)} \tag{1-II}$$

Vamos considerar a resposta f (t) do filtro a um impulso de duração infinitesimal e amplitude infinita centrado no instante $t = 0$.

Admitamos que esse impulso é traduzido pela função de Dirac $\delta(t)$

O seu espectro será

$$\vec{E}[\delta(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, \varepsilon^{-j\omega t}\, dt = \frac{1}{2\pi} \tag{2-II}$$

por definição de $\delta(t)$

f (t) será então dada por

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \vec{F}(\omega)\, \varepsilon^{j\omega t}\, d\omega \tag{3-II}$$

donde se conclui que

$$\frac{1}{2\pi} \vec{F}(\omega)$$

é a transformada de Fourier de f (t)

$$\frac{1}{2\pi} \vec{F}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, \varepsilon^{-j\omega t}\, dt \tag{4-II}$$

$$\vec{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, \varepsilon^{-j\omega t}\, dt \tag{5-II}$$

Para que o filtro tenha realizabilidade física é necessário que a resposta f (t) ao impulso $\delta(t)$ centrado no instante $t = 0$ satisfaça a

$$f(t) \equiv 0 \qquad \text{para} \qquad t < 0 \tag{6-II}$$

Segundo Wiener demonstrou esta condição implica que o integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\log |\vec{F}(\omega)|}{1 + \omega^2} \right| d\omega \tag{7-II}$$

seja finito ou ainda, que seja também finito o integral.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\log A(\omega)|}{1 + \omega^2}\, d\omega\,. \tag{8-II}$$

De (8-II) conclui-se imediatamente que é impossível a existência dum filtro que elimine completamente todas as frequências correspondentes a uma banda finita $\Delta\omega$.

De facto teríamos na referida banda

$$A(\omega) = 0 \qquad\qquad |\log A(\omega)| = \infty$$

resultando que o integral seria divergente e da ordem de

$$|\log A(\omega)|\, \Delta(\omega)$$

Conclusão: O filtro ideal é irrealizável no que respeita às suas características de atenuação, é teòricamente impossível ter-se uma banda de atenuação infinita. Convém salientar que a impossibilidade é teórica e não de quaisquer restrições nos meios que dispomos actualmente para a realização de filtros.

## APÊNDICE III: Análise da relação entre a distorsão instantânea d(t) e a distorsão $d_Q(t)$ relativa à função quantificada.

No estudo da distorsão resultante da operação de quantificação definiram-se duas grandezas d (t) e $d_Q$ (t).

d (t) é a distorsão instantânea

$$d(t) = S_F^* (t) - S_F(t) \qquad (1\text{-III})$$

em que $S_F^*$ (t) representa a resposta que se obtém no desmodulador quando as amplitudes $S_F(t_n)$ são substituídas pelas amplitudes quantificadas $S_F^*(t_n)$. $d_Q$ (t) é a distorsão instantânea da função $Q_\Delta [S_F(t)]$ relativamente a $S_F$ (t)

$$d_Q(t) = Q_\Delta [S_F(t)] - S_F(t) \qquad (2\text{-III})$$

* * *

Convém salientar mais uma vez que são dois conceitos distintos e que a distorsão que realmente interessa considerar como índice de qualidade dos sistemas em código é d (t). O interesse em $d_Q(t)$ advém do uso que dela se faz para o cálculo indirecto de $\overline{d^2(t)}$

* * *

Anteriormente já se discutiu o modo como $d_Q$ (t) contribuia, através das bandas laterais dos múltiplos «$nf_r$» da frequência de repetição para a distorsão instantânea d (t).

Salientou-se também que para o caso de impulsos de duração infinitésimal e sempre que as bandas laterais não coincidam entre si ou com as que directamente se contêm no intervalo o a F os valores médios de $d_Q^2$ (t) e $d^2$ (t) são iguais.

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} d^2(t)\, dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} d_Q^2(t)\, dt \qquad (3 - \text{III})$$

No caso de $d_Q$ (t) apresentar um espectro contínuo a referida coincidência dá-se sempre pelo que não se pode concluir dum modo geral a igualdade expressa em (3 — III).

Demonstrámos no entanto por via diversa, por considerações de ordem geométrica, que estatísticamente quando a quantificação utilizar um elevado número de níveis se tinha

$$\overline{d^2(t)} = \overline{d^2_Q(t)} \qquad (4 - \text{III})$$

Esta conclusão levou-nos a investigar analìticamente em que condições, ou melhor em que sentido, se pode considerar exacta o relação (3 — III).

É fundamentalmente este, o objectivo do Apêndice III.

* * *

Seja então $d_Q$ (t) a distorsão relativa a $Q_\Delta [S_F(t)]$

$$d_Q(t) = Q_\Delta [S_F(t)] - S_F(t)$$

Vamos representar por $\vec{g}(\omega)$ e $\vec{h}(\omega)$ respectivamente os espectros de $S_F(t)$ e $d_Q(t)$ que admitimos que são espectros contínuos sendo $\vec{g}(\omega)$ limitado ao intervalo $[-2\pi F, 2\pi F]$

$$\vec{E}\,[S_F(t)] = \vec{g}(\omega)$$
$$\vec{E}\,[d_Q(t)] = \vec{h}(\omega) \qquad \text{(5-III)}$$

Teremos então de (2-III)

$$\vec{E}\,[Q_\Delta\,[S_F(t)]] = \vec{E}\,[S_F(t)] + \vec{E}\,[d_Q(t)]$$

ou ainda

$$\vec{E}\,[Q_\Delta\,[S_F(t)]] = \vec{g}(\omega) + \vec{h}(\omega) \qquad \text{(6-III)}$$

Consideremos agora o capítulo E da I Parte em que se estuda o espectro de sucessões de impulsos modulados em amplitude e substituamos na fórmula (24)

$$e_1(t) = E\,[1 + m\,f(t)]$$

$m\,f(t)$ por $Q_\Delta\,[S_F(t)]$ que é agora a função modulante, utilizando a expressão estabelecida em ($\bar{3}1$) poderemos escrever o espectro da sucessão modulada pela função quantificada que será

$$\vec{E}\cdot[e_{1\Delta}(t)] = \frac{T}{T_r}\,E\,\delta(\omega) + \frac{T}{T_r}\,E\,[\vec{g}(\omega) + \vec{h}(\omega)]$$
$$+ \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} E\,\frac{1}{\pi n}\,\text{sen}\,n\pi\,\frac{T}{T_r}\,\delta(\omega - n\,\omega_r)$$
$$+ \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} E\,\frac{1}{\pi n}\,\text{sen}\,n\pi\,\frac{T}{T_r}\,[\vec{g}(\omega - n\,\omega_r) + \vec{h}(\omega - n\,\omega_r)] \qquad \text{(7-III)}$$

Admitindo que se trata de impulsos infinitésimais (7-III) simplifica-se para:

$$\vec{E}\,[e_{2\Delta}(t)] = E\,\frac{T}{T_r}\,\delta(\omega) + E\,\frac{T}{T_r}\,[\vec{g}(\omega) + \vec{h}(\omega)]$$
$$+ \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} E\,\frac{T}{T_r}\,\delta(\omega - n\,\omega_r)$$
$$+ \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} E\,\frac{T}{T_r}\,[\vec{g}(\omega - n\,\omega_r) + \vec{h}(\omega - n\,\omega_r)] \qquad \text{(8-III)}$$

Uma vez que se admita que $\vec{g}(\omega)$ está limitado ao intervalo $[-2\pi F, 2\pi F]$ e que o desmodulador seja um filtro passa-baixas com a banda de transmissão limitada ao intervalo $[-F, F)$ em que

$$2\pi F = \frac{\omega_r}{2}$$

e não considerando, por simplificação de escrita, como já atrás se fez o factor $E\frac{T}{T_r}$ apenas poderão contribuir para a resposta do desmodulador os seguintes termos

$$\vec{g}(\omega) + \vec{h}(\omega) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} h(\omega - n\,\omega_r) \tag{9-III}$$

Uma vez que $\vec{g}(\omega)$ é o espectro de $S_F(t)$ e (9-III) representa o espectro da resposta dada pelo desmodulador conclui-se imediatamente que o espectro de d (t) será dado por:

$$\vec{E}[d(t)] = \left[\vec{h}(\omega) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \vec{h}(\omega - n\,\omega_r)\right]_{\omega=-\omega_r/2}^{\omega=\omega_r/2} \tag{10-III}$$

Pelos parentesis rectos e com os limites $[-\omega_r/2, \omega_r/2]$ exprime-se simbòlicamente a acção do filtro.

Isto significa que só contribuem para o espectro de d (t) as frequências correspondentes ao intervalo:

$$-\omega_r/2 < \omega < \omega_r/2$$

A interpretação de (10) mostra-nos imediatamente, como já se tinha concluído que todas as frequências do espectro de $d_Q(t)$ contribuem para o espectro da distorsão instantânea d (t).

Na realidade temos quando $\omega$ varia de $-\omega_r/2$ a $\omega_r/2$ que:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\vec{h}(\omega)$ | varia | continuamente | de | $\vec{h}(-\omega_r/2)$ a $\vec{h}(+\omega_r/2)$ |
| $\vec{h}(\omega-\omega_r)$ | » | » | » | $\vec{h}(-3\omega_r/2)$ a $\vec{h}(-\omega_r/2)$ |
| $\vec{h}(\omega+\omega_r)$ | » | » | » | $\vec{h}(+\omega_r/2)$ a $\vec{h}(+3\omega_r/2)$ |
| $\vec{h}(\omega-2\omega_r)$ | » | » | » | $\vec{h}(-5\omega_r/2)$ a $\vec{h}(-3\omega_r/2)$ |
| $\vec{h}(\omega+2\omega_r)$ | » | » | » | $\vec{h}(+3\omega_r/2)$ a $\vec{h}(+5\omega_r/2)$ |

etc.

representando $\vec{h}(\omega - n\,\omega_r)$ a banda lateral do espectro de $d_Q(t)$ relativa ao multiplo «$nf_r$» da frequência de repetição.

* * *

Como é conhecido do teorema da energia relativo ao integral de Fourier existe a seguinte relação entre uma função f (t) e o seu espectro $\vec{F}(\omega)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \left|\vec{F}(\omega)\right|^2 d\omega \tag{11-III}$$

ou ainda

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{F}(\omega).\ \vec{F}^*(\omega)\right] d\omega \tag{12-III}$$

em que $\vec{F}^*(\omega)$ é o complexo conjugado de $\vec{F}(\omega)$.

A partir de (12-III) podemos calcular o valor médio de $f^2(t)$.

Teremos então as seguintes relações para $\overline{f^2(t)}$

$$\overline{f^2(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega)\,d\omega \tag{13-III}$$

em que

$$P(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{2\pi}{T}\left[\vec{F}(\omega).\ \vec{F}^*(\omega)\right] \tag{14-III}$$

é usual escrever-se esta relação sob a forma equivalente

$$\overline{f^2(t)} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} f^2(t)\, dt = \int_0^{\infty} W(f)\, df \qquad (15\text{-III})$$

em que será então:

$$W(f) = \lim_{T \to \infty} \frac{8\pi^2}{T} [F(2\pi f).\ F^*(2\pi f)] \qquad (16\text{-III})$$

Os limites (14 — III) e (16 — III) quando existem representam respectivamente distribuições espectrais da potência nos domínios de $\omega$ e da frequência.

Quando f (t) for uma função que varia ao acaso as definições de P ($\omega$) e W (f) exigem certas considerações suplementares para que adquiram sentido. Para o fim que se pretende podemos agora dispensá-las e admitir que P ($\omega$) existe. Para mais esclarecimento sobre o assunto pode-se consultar Goldman — Information Theory — pág. 241.

Posto isto podemos retomar o assunto e vamos aplicar estas relações para calcular o valor médio de $d^2(t)$ a partir do conhecimento do seu espectro obtido em (10 — III), o qual se pode escrever mais simplesmente sob a seguinte forma:

$$\vec{E}[d(t)] = \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - n\omega_r) \right]_{\omega=-\omega_r/2}^{\omega=\omega_r/2} \qquad (17 - \text{III})$$

Bastará agora calcular

$$P(\omega) = \lim_{\substack{T \to \infty \\ -\omega_r/2 < \omega < \omega_r/2}} \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - n\omega_r) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{h}^*(\omega - n\omega_r) \qquad (18 - \text{III})$$

P ($\omega$) poderá ainda escrever-se:

$$P(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - n\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - n\omega_r) + \sum_{\substack{p=-\infty \\ p \neq q}}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - p\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - q\omega_r) \right] \qquad (19 - \text{III})$$

Ou seja ainda:

$$P(\omega) = \lim_{T=-\infty} \frac{2\pi}{T} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - n\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - n\omega_r) \right] +$$

$$+ \lim_{T=-\infty} \frac{2\pi}{T} \left[ \sum_{\substack{p=-\infty \\ p \neq q}}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - p\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - q\omega_r) \right] \qquad (20 - \text{III})$$

Na primeira parcela qualquer termo do somatório

$$\vec{h}(\omega - n\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - n\omega_r)$$

é uma quantidade sempre positiva e crescente com T conduzindo a uma contribuição para $d^2(t)$ finita e diferente de zero qualquer que seja a natureza de $d_Q(t)$.

Na segunda parcela cada termo da forma

$$\vec{h}(\omega - p\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - q\omega_r)$$

é conjugado do termo da forma

$$\vec{h}^*(\omega - p\omega_r)\, \vec{h}(\omega - q\omega_r)$$

e portanto a soma de cada par será uma grandeza real que, no entanto, poderá ser positiva ou negativa consoante a relação que houver entre os espectros de fase de

$$\vec{h}(\omega - p\omega_r) \quad \text{e} \quad \vec{h}(\omega - q\omega_r)$$

Dum modo geral, portanto, a segunda parcela poderá contribuir para $d^2$ (t) com um valor negativo, nulo ou positivo.

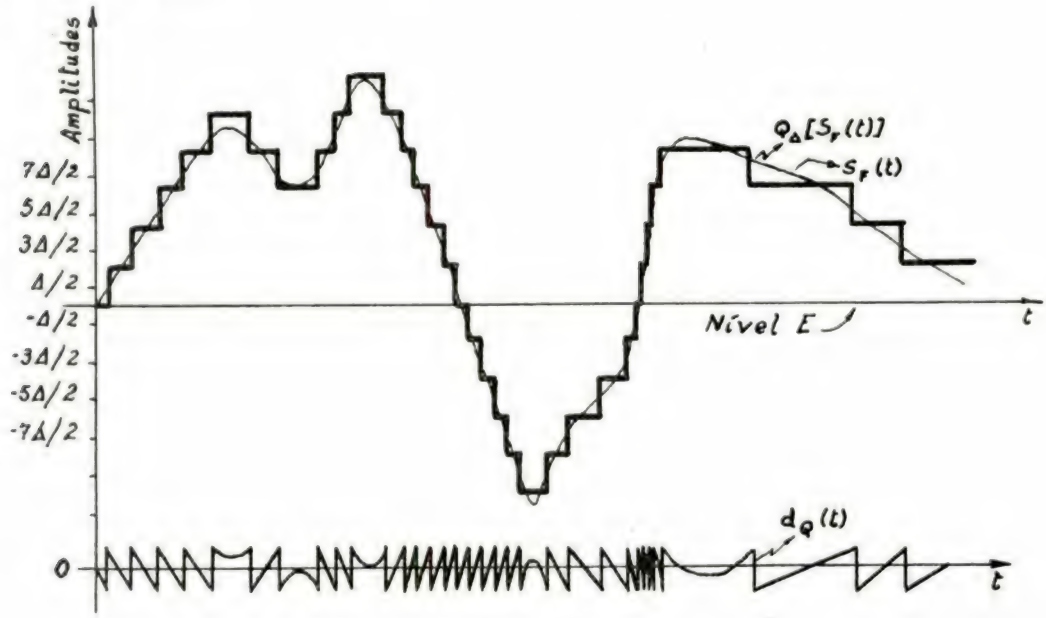



Fig. 1-III

Se atendermos, porém, à natureza da função $d_Q$ (t) fig. 1-III verifica-se imediatamente que quando se utiliza um elevado número de níveis de quantificação $d_Q$ (t) toma para $S_F$ (t) qualquer a forma irregular e ocasional dum ruido.

Sendo assim, é lógico admitir-se que o espectro de fase de h ($\omega$) se distribui ao acaso pelo que desprezaremos nas referidas circunstâncias a contribuição para $d^2$ (t) da segunda parcela

$$\lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} \left[ \sum_{\substack{p=-\infty \\ p \neq q}}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - p\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - q\omega_r) \right] \tag{21-III}$$

Faz-se notar, no entanto, que o assunto para ser liquidado completamente implicava o estabelecimento do espectro de $\vec{h}$ ($\omega$) e a partir do conhecimento duma provável distribuição dos espectros de amplitude e fase calcular a referida parcela.

Desprezando a contribuição da segunda parcela tudo se passa como se P ($\omega$) se reduzisse a

$$P(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - n\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - n\omega_r) \right] \tag{22-III}$$

que será a expressão que utilizaremos para o cálculo de $\overline{d^2(t)}$.

Para determinar, agora, $\overline{d^2(t)}$ bastará aplicar a relação (13-III) e recordar que sendo o desmodulador um filtro passa-baixas com a banda de transmissão (— F, F) a integração se limita ao intervalo ($-\omega_{r/2}$, $\omega_{r/2}$) vindo portanto

$$\overline{d^2(t)} = \int_{-\omega_r/2}^{\omega_r/2} P(\omega)\, d\omega \tag{23-III}$$

Notando-se que

$$\int_{-\omega_r/2}^{\omega_r/2} \vec{h}(\omega - n\omega_r)\, \vec{h}(\omega - n\omega_r)\, d\omega$$

é igual a

$$\int_{-\omega_r/2 - n\omega_r}^{\omega_r/2 - n\omega_r} \vec{h}(\omega)\, \vec{h}^*(\omega)\, d\omega$$

resulta que

$$\overline{d^2(t)} = \int_{-\omega_r/2}^{\omega_r/2} P(\omega)\, d\omega = \lim_{T\to\infty} \frac{2\pi}{T} \int_{-\omega_r/2}^{\omega_r/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(\omega - n\omega_r)\, h^*(\omega - n\omega_r)\, d\omega$$

é igual a

$$\overline{d^2(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{2\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega)\, \vec{h}^*(\omega)\, d\omega \qquad \text{(24-III)}$$

Como

$$\lim_{T\to\infty} \frac{2\pi}{T} \left[ \vec{h}(\omega)\, \vec{h}^*(\omega) \right]$$

é a distribuição espectral de potência relativa a $d_Q^2(t)$ conclui-se finalmente que

$$\overline{d^2(t)} = \overline{d_Q^2(t)}$$

* * *

Conclusão: A relação

$$\overline{d^2(t)} = \overline{d_Q^2(t)}$$

só é válida na medida em que se puder desprezar a contribuição de

$$\lim_{T\to\infty} \frac{2\pi}{T} \left[ \sum_{\substack{p=-\infty \\ p\neq q}}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{h}(\omega - p\omega_r)\, \vec{h}^*(\omega - q\omega_r) \right]$$

para o cálculo de $d_Q^2(t)$ em que $\vec{h}(\omega)$ é o espectro de $d_Q(t)$.

Esta conclusão está de acordo com as considerações e resultados obtidos anteriormente.

## APÊNDICE IV: Justificação da relação $\int_{\delta t_K} d_Q^2(t)\, dt = \frac{\Delta_K^2}{12}\, \delta t_K$

Propomo-nos agora analisar a legitimidade da aproximação feita ao tomar-se

$$\int_{\delta t_K} d_Q^2(t)\, dt = \frac{\Delta_K^2}{12}\, \delta t_K \qquad \text{(1-IV)}$$

Na fig. (1-IV) representa-se a característica do compressor e uma diferença de nível $\Delta_K$ da correspondente quantificação não-uniforme.

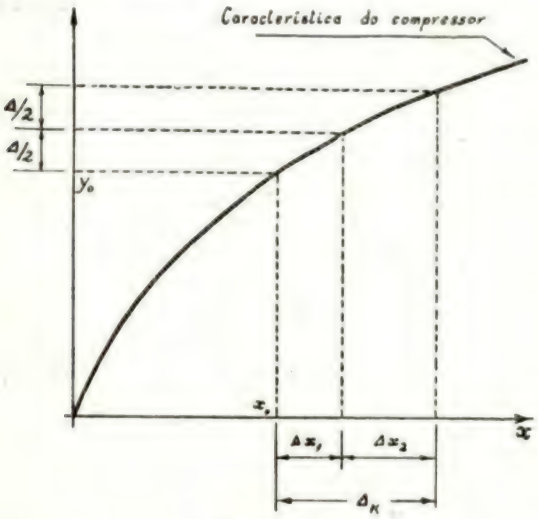



Fig. 1-IV

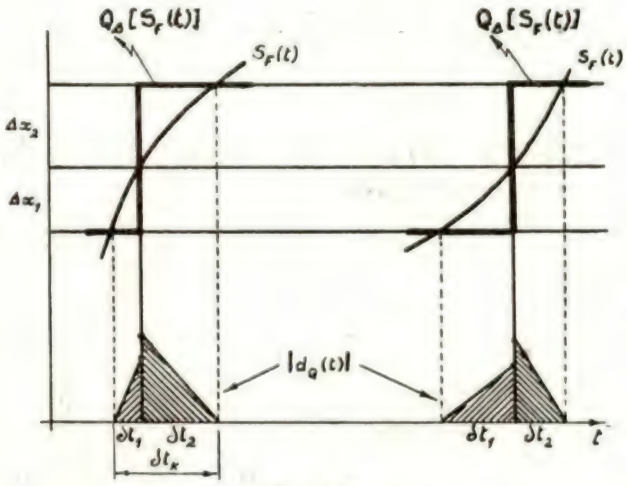



Fig. 2-IV

O ponto em que $S_F(t)$ intersecta $Q[S_F(t)]$ corresponde ao ponto médio da quantificação uniforme (eixo dos y) (fig. 1-IV).

O intervalo $\Delta_K$ fica assim dividido nos intervalos $\Delta x_1$ e $\Delta x_2$ que correspondem aos intervalos de tempo $\delta t_1$ e $\delta t_2$ em que $Q[S_F(t)]$ é respectivamente inferior e superior a $S_F(t)$ (fig. 2-IV).

A lei de variação de $|d_Q(t)|$ é a que se representa na mesma figura e conforme a concavidade de $S_F(t)$ será

$$\delta t_1 \gtrless \delta t_2 \tag{2-IV}$$

Vamos analisar a aproximação feita para o caso médio de

$$\delta t_1 = \delta t_2 = \frac{\delta t_K}{2} \text{ (fig. 3-IV)} \tag{3-IV}$$

A variação triangular discontínua, de alturas $\Delta x_1$ e $\Delta x_2$, é substituida na aproximação feita por uma variação triangular contínua de altura.

$$\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2} = \frac{\Delta_K}{2} \tag{4-IV}$$

* * *

Consideremos a equação da curva do compressor

$$\frac{y}{A} = 1 + \frac{2}{n\Delta_r} \log\left(\frac{x}{A}\right) \tag{5-IV}$$

e determinemos a derivada de y em ordem a x

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2A}{n\Delta_r}\,\frac{1}{x} = \frac{\Delta}{\Delta_r}\,\frac{1}{x}$$

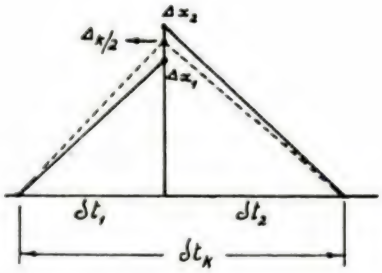


Fig. 3-IV

donde resulta

$$\Delta y = \frac{\Delta}{\Delta_r}\,\frac{1}{x}\,\Delta x \tag{6-IV}$$

e portanto

$$\Delta x = \Delta y\,\frac{\Delta_r}{\Delta}\,x \tag{7-IV}$$

Da fig. 1-III tira-se fàcilmente

$$\Delta x_1 = \frac{\Delta_r x_o}{2} \tag{8-IV}$$

que provém de (7) pela substituição de $x = x_o$ e $\Delta y = \Delta/2$

Calculemos agora $\Delta x_2$

$$\Delta x_2 = \frac{\Delta_r}{2}(x_o\,\Delta x_1) = \frac{\Delta_r}{2}\left(x_o + \frac{\Delta_r x_o}{2}\right)$$

ou seja

$$\Delta x_2 = \frac{\Delta_r}{2}\,x_o\left(1 + \frac{\Delta_r}{2}\right) \tag{9-IV}$$

Estamos, assim, habilitados a calcular $\int_{\delta t_K} d^2Q(t)\,dt$ vindo

$$\int_{\delta t_K} d^2Q(t)\,dt = \int_{\delta t_1} d^2Q(t)\,dt + \int_{\delta t_2} d^2Q(t)\,dt \tag{10-IV}$$

Calculando os dois integrais obtemos

$$\int_{\delta t_k} d^2Q\,(t)\,dt = \frac{\Delta^2 x_1}{3}\,\delta t_1 + \frac{\Delta^2 x_2}{3}\,\delta t_2 \qquad \text{(11-IV)}$$

ou por se ter admitido $\delta t_1 = \delta t_2 = \dfrac{\delta t_k}{2}$

$$\int_{\delta t_k} d^2Q\,(t)\,dt = (\Delta^2 x_1 + \Delta^2 x_2)\,\frac{\delta t_k}{6} \qquad \text{(12-IV)}$$

Determinemos agora o valor de $\dfrac{\Delta^2_k}{12}\,\delta t_k$

$$\frac{\Delta^2_k}{12}\,\delta t_k = (\Delta x_1 + \Delta x_2)^2\,\frac{\delta t_k}{12} \qquad \text{(13-IV)}$$

Finalmente determinemos a partir de (12-IV) e (13-IV) a relação:

$$\frac{\dfrac{\Delta^2_k}{12}\,\delta t_k}{\int_{\delta t_k} d^2Q\,(t)\,dt} = \frac{1}{2}\,\frac{(\Delta x_1 + \Delta x_2)^2}{\Delta^2 x_1 + \Delta^2 x_2} \qquad \text{(14-IV)}$$

Substituindo $\Delta x_1$ e $\Delta x_2$ pelos valores obtidos em (8) e (9) obtemos

$$\frac{\dfrac{\Delta^2_k}{12}\,\delta t_k}{\int_{\delta t_k} d^2Q\,(t)\,dt} = \frac{1 + \dfrac{\Delta_r}{2} + \dfrac{\Delta^2_r}{16}}{1 + \dfrac{\Delta_r}{2} + \dfrac{\Delta^2_r}{8}} \qquad \text{(15-IV)}$$

O que se poderá escrever ainda com o desprezo de potências de ordem superior $\Delta^2_r$

$$\int_{\delta t_k} d^2Q\,(t)\,dt = \left(1 + \frac{\Delta^2_r}{16}\right)\frac{\Delta^2_k}{12}\,\delta t_k \qquad \text{(16-IV)}$$

Obtivemos assim a pretendida relação cometendo-se na aproximação feita um erro relativo da ordem de

$$\frac{\Delta^2_r}{16} \qquad \text{(17 — III)}$$

Para os valores anteriormente considerados de

$$n = 127$$
$$M = 100$$

resulta

$$\Delta r = 0{,}07$$

e o erro reduz-se a

$$\frac{\Delta^2_r}{16} = 0{,}0003 = 0{,}03\ \% \qquad \text{(18 — III)}$$

que como se vê é diminuto.

## Justificação da substituição de $S^2_{FK}$ por $M^2_K$

Vamos averiguar agora qual o erro que se comete ao substituir no cálculo da distorsão $S^2_{FK}$ por $M^2_K$. $S^2_{FK}$ é o valor médio de $S^2_F(t)$ no intervalo $\delta t_K$ e $M_K$ a amplitude correspondente ao ponto médio de $\Delta_K$.

Desde que $\Delta_K$ seja suficientemente pequeno, o que supomos, $S_F(t)$ é representada com grande aproximação no intervalo $\delta t_K$ por um segmento de recta cuja equação é (fig. 4 — IV)

$$x = x_o + \frac{\Delta_K}{\delta t_K} t \simeq S_F(t) \qquad (19 - III)$$

Calculemos então o valor médio de $S_F(t)$ no intervalo $\delta t_K$

$$S^2_{FK} = \frac{1}{\delta t_K} \int_o^{\delta t_K} \left( x_o + \frac{\Delta_K}{\delta t_K} \right)^2 dt \qquad (20 - III)$$

Efectuado o cálculo obtemos

$$S^2_{FK} = x_o^2 + x_o \Delta_K + \frac{\Delta_K^2}{3}$$

O valor médio $M_K$ vale

$$M_K = x_o + \frac{\Delta_K}{2} \qquad (21 - III)$$

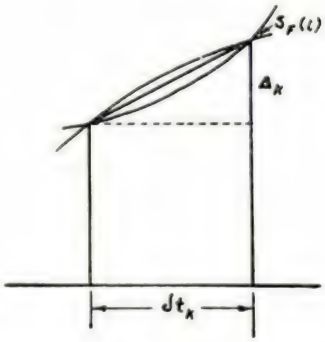


Fig. 4-IV

Determinemos, agora, à semelhança do caso anterior a relação $\frac{S^2_{FK}}{M^2_K}$:

$$\frac{S^2_{FK}}{M^2_K} = \frac{x_o^2 + x_o \Delta_K + \frac{\Delta_K^2}{3}}{x_o^2 + x_o \Delta_K + \frac{\Delta_K^2}{4}} \simeq \frac{1 + \Delta_r + \frac{\Delta_r^2}{3}}{1 + \Delta_r + \frac{\Delta_r^2}{4}} \qquad (22\text{-III})$$

em que se fez $\Delta_r \simeq \frac{\Delta_K}{x_o}$

Desprezando potências de $\Delta_r$ de ordem superior à terceira obtém-se

$$S^2_{FK} = \left(1 + \frac{\Delta_r^2}{12}\right) M^2_K \qquad (23\text{-III})$$

Comete-se pois um erro da ordem de

$$\frac{\Delta_r^2}{12} \qquad (24\text{-III})$$

o que para $\Delta_r = 0{,}07$ conduz a

$$\frac{\Delta_r^2}{12} = 0{,}0004 = 0{,}04\,\%$$

* * *

Conclusão: No cálculo da distorsão relativa comete-se em relação a

$$d^2_r = \lim_{T \to \infty} \frac{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} d^2_Q(t)\, dt}{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S^2_F(t)\, dt}$$

um erro relativo de

$$\frac{1}{16}\Delta_r^2 - \frac{1}{12}\Delta_r^2 = -\frac{\Delta_r^2}{48}$$

o que para $\Delta_r = 0{,}07$ conduz a

$$\frac{\Delta_r^2}{48} = 0{,}0001 = 0{,}01\,\%$$

O erro é portanto desprezável o que torna lícitas as aproximações feitas.

## APÊNDICE V: Cálculo das expressões analíticas de sucessões moduladas no tempo por sinais sinusoidais

1) **Determinação de** $S_{MD}(t)$ **para** $f(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$

*a*) Funções características:

$$\psi_a(t) = t$$

$$\psi_b(t) = t - T\,[1 + m\,A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)]$$

*b*) Utilizamos M (u) sob a forma:

$$M(u) = \frac{E}{T_r}\,u + E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j}\,\varepsilon^{j n \omega_r u}$$

*c*) A expressão analítica da sucessão modulada será:

$$S_{MD}(t) = M[\psi_a(t)] - M[\psi_b(t)] = E\frac{T}{T_r} + E\frac{T}{T_r}\,m\,A \operatorname{sen}(\omega t + \theta) +$$

$$+ E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j}\,\varepsilon^{j n \omega_r t} - E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j}\,\varepsilon^{j n \omega_r (t-T)}\,\varepsilon^{-j n \omega_r T m A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)}$$

Usando a relação

$$\varepsilon^{jx \operatorname{sen}\alpha} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(x)\,\varepsilon^{jk\alpha} = J_0(x) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} J_k(x)\,\varepsilon^{jk\alpha}$$

virá:

$$S_{MD}(t) = E\frac{T}{T_r} + E\frac{T}{T_r}\,m\,A \operatorname{sen}(\omega t + \theta) + E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j}\,\varepsilon^{j n \omega_r t} -$$

$$- E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j}\,J_0(-n\,\omega_r\,T\,m\,A)\,\varepsilon^{j n \omega_r (t-T)} -$$

$$- E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j}\,J_k(-n\,\omega_r\,T\,m\,A)\,\varepsilon^{j[n \omega_r (t-T) + k(\omega t + \theta)]}$$

ou ainda:

$$S_{MD}(t) = E\frac{T}{T_r} + E\frac{T}{T_r}\, m\, A \operatorname{sen}(\omega t + \theta) + E\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi n}\operatorname{sen} n\,\omega_r t -$$

$$- E\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi n} J_o(n\,\omega_r T_r\, m\, A)\operatorname{sen} n\,\omega_r (t - T) -$$

$$- E\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2\pi n j} J_k(-n\,\omega_r T m A)\,\varepsilon^{j[n\omega_r(t-T)+k(\omega t+\theta)]} -$$

$$- E\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} - \frac{1}{2\pi n j} J_k(n\,\omega_r T m A)\,\varepsilon^{j[-n\omega_r(t-T)+k(\omega t+\theta)]}$$

Substituindo no último termo k por $-k$ e fazendo uso da relação

$$J_{-k}(x) = J_k(-x)$$

obtemos finalmente:

$$S_{MD}(t) = E\frac{T}{T_r} + E\frac{T}{T_r}\, m\, A \operatorname{sen}(\omega t + \theta) +$$

$$+ E\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi n}\operatorname{sen} n\,\omega_r t -$$

$$- E\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi n} J_o(n\,\omega_r T m A)\operatorname{sen} n\,\omega_r (t - T) -$$

$$- E\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty}\frac{1}{\pi n} J_k(n\,\omega_r T m A)\,(-1)^k \operatorname{sen}[(n\,\omega_r + k\,\omega)\,t - n\,\omega_r T + k\,\theta]$$

* * *

Para a modulação do segundo tipo teríamos:

$$\psi_a(t) = t + T[1 + m A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)]$$

$$\psi_b(t) = t$$

obtendo-se anàlogamente:

$$S_{MD}(t) = E\frac{T}{T_r} + E\frac{T}{T_r}\, m A \operatorname{sen}(\omega t + \theta) -$$

$$- E\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi n}\operatorname{sen} n\,\omega_r t +$$

$$+ E\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\pi} J_o(n\,\omega_r T m A)\operatorname{sen} n\,\omega_r (t + T) +$$

$$+ E\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\substack{K=-\infty \\ K\neq 0}}^{\infty}\frac{1}{n\pi} J_k(n\,\omega_r T m A)\operatorname{sen}[(n\,\omega_r + k\,\omega)\,t + n\,\omega_r T + k\,\theta]$$

* * *

No caso da modulação ser simétrica basta adicionar duas sucessões do 1.º e 2.º tipos em que se substitui T por T/2, sendo-se conduzido ao seguinte resultado:

$$S_{MD}(t) = E\frac{T}{T_r} + E\frac{T}{T_r}\, m\, A \operatorname{sen}(\omega t + \theta) +$$

$$+ E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} J_o\left(n\,\omega_r \frac{T}{2}\, m\, A\right) 2 \operatorname{sen} n\,\omega_r \frac{T}{2} \cos n\,\omega_r t +$$

$$+ E \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k=2p \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{n\pi} J_k\left(n\,\omega_r \frac{T}{2}\, m\, A\right) 2 \operatorname{sen} n\,\omega_r \frac{T}{2} \cos\left[(n\,\omega_r + k\,\omega)\, t + k\,\theta\right] +$$

$$+ E \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k=2p+1}}^{\infty} \frac{1}{n\pi} J_k\left(n\,\omega_r \frac{T}{2}\, m\, A\right) 2 \cos n\,\omega_r \frac{T}{2} \operatorname{sen}\left[(n\,\omega_r + k\,\omega)\, t + k\,\theta\right]$$

* * *

## 2 — Determinação de $S_{MP}(t)$ para $f(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$

*a*) Funções características:

$$\psi_a(t) = t - T_a\, m\, f(t) = t - T_a\, m\, A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$$

$$\psi_b(t) = (t - T) - T_a\, m\, f(t - T) = (t - T) - T_a\, m\, A \operatorname{sen}\left[\omega(t - T) + \theta\right]$$

*b*) Usando o método anterior obtemos:

$$S_{MP}(t) = E\frac{T}{T_r} - E\frac{T_a}{T_r}\, m\, A\left[\operatorname{sen}(\omega t + \theta) - \operatorname{sen}(\omega(t - T) + \theta\right] +$$

$$+ E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j} \varepsilon^{j n \omega_r \left(t - \frac{T}{2}\right)} \times$$

$$\times \left[\varepsilon^{j n \omega_r \frac{T}{2}} \varepsilon^{-j n \omega_r T_a m A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)} - \varepsilon^{-j n \omega_r \frac{T}{2}} \varepsilon^{-j n \omega_r T_a m A \operatorname{sen}\left[\omega(t - T) + \theta\right]}\right]$$

ou ainda:

$$S_{MP}(t) = E\frac{T}{T_r} - E\frac{T_a}{T_r}(m\, A)\, 2 \operatorname{sen}\frac{\omega T}{2} \cos\left(\omega t - \omega\frac{T}{2} + \theta\right) +$$

$$+ E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j} \varepsilon^{j n \omega_r \left(t - \frac{T}{2}\right)} \left[\varepsilon^{j n \omega_r \frac{T}{2}} - \varepsilon^{-j n \omega_r \frac{T}{2}}\right] J_o(-n\,\omega_r T_a\, m\, A) +$$

$$+ E \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n j} \varepsilon^{j\left[(n\,\omega_r + \omega)\left(t - \frac{T}{2}\right) + K\,\theta\right]} +$$

$$+ \left[\varepsilon^{j(n\,\omega_r + k\,\omega)\frac{T}{2}} - \varepsilon^{-j(n\,\omega_r + k\,\omega)\frac{T}{2}}\right] J_k(-\omega_r T_a\, m\, A)$$

Expressão que simplificada conduz, finalmente, a:

$$S_{MP}(t) = E\frac{T}{T_r} - E\frac{T_a}{T_r}\, m\, A\, 2 \operatorname{sen}\frac{\omega T}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\omega T}{2} + \theta\right) +$$

$$+ E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \operatorname{sen} n\,\omega_r \frac{T}{2} J_o(n\,\omega_r T_a\, m\, A) \cos n\,\omega_r\left(t - \frac{T}{2}\right) +$$

$$+ E \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \operatorname{sen}(n\,\omega_r + k\,\omega)\frac{T}{2} J_k(n\,\omega_r T_a\, m\, A)\,(-1)^k \cos\left[(n\,\omega_r + k\,\omega)\left(t - \frac{T}{2}\right) + k\,\theta\right]$$

* * *

3 — **Determinação do $S_{MF}$ (t) para f (t) = A cos ($\omega$ t + $\theta$)**

*a*) Teremos:

$$\psi_a(t) = t + \frac{F_o}{f_r} m P(t) = t + \frac{F_o (m A)}{f_r \omega} \text{sen} (\omega t + \theta)$$

$$\psi_b(t) = t - T + \frac{F_o}{f_r} m P(t - T) = t - T + \frac{F_o (m A)}{f_r \omega} \text{sen} [\omega (t - T) + \theta]$$

Destas expressões resulta que $S_{MF}$ (t) pode obter-se de $S_{MP}$ (t) substituindo $T_a$ por $-(F_o/f_r \omega)$, o que conduz directamente a:

$$S_{MF}(t) = E \frac{T}{T_r} + E \frac{F_o}{\omega} m A \, 2 \, \text{sen} \frac{\omega T}{2} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{T}{2} \right) + \theta \right] +$$

$$+ E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \text{sen} \, n \omega_r \frac{T}{2} J_o \left( n \frac{F_o}{f} m A \right) \cos n \omega_r \left( t - \frac{T}{2} \right) +$$

$$+ E \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \text{sen} (n \omega_r + k \omega) \frac{T}{2} J_k \left( n \frac{F_o}{f} m A \right) \cos \left[ (n \omega_r + k \omega) \left( t - \frac{T}{2} \right) + k \theta \right]$$

## APÊNDICE VI

Alongaria a presente publicação e saía dos assuntos com que fundamentalmente nos preocupámos apresentar um estudo do circuito de controle de frequência do oscilador de bloqueio, tanto mais que este não conduziu ainda a conclusões definitivas.

No entanto descreveremos brevemente o método que se seguiu e que consistiu fundamentalmente no seguinte:

(1) Desprezou-se o tempo de autoexcitação do oscilador.

(2) Considerou-se só o período de relaxação e o respectivo circuito de controle que consta duma capacidade em serie com uma resistência uma vez que dado o valor elevado desta se pode desprezar no período de relaxação a queda de tensão aos terminais do enrolamento do transformador em relação à queda de tensão na resistência.

(3) Consideraram-se aplicadas ao circuito e em série uma tensão contínua de polarização e uma tensão variável.

(4) Mediram-se experimentalmente as tensões limites de grelha que correspondem ao início e extinção do período de relaxação.

(5) Arbitrando um valor inicial para a tensão variável é fácil estabelecer, para uma tensão alternada sinusoidal, os tempos de ocorrência dos impulsos e gràficamente tomando como referência uma sucessão não modulada construir a função característica.

## APÊNDICE VII — Comportamento dos sistemas de comunicação por impulsos relativamente ao ruído.

Vamos estudar o comportamento relativamente ao ruído dos seguintes sistemas de comunicação por impulsos:

Modulação em amplitude — MA.
Modulação em duração — MD.
Modulação em posição — MP.
Modulação de frequência — MF.

Limitamo-nos, no presente estudo, a analizar a acção do ruído sobre as sucessões de impulsos, calculando-se o valor médio do quadrado da tensão de ruído à saída do desmodulador o qual constará em todos os casos dum filtro passa-baixas com uma banda de transmissão «$f_a$» tal que

$$f_a \leq f_r/2$$

$f_r$ é a frequência de repetição dos impulsos.

Supõe-se a existência dum andar de frequência intermédia de largura de banda B que admite e transmite uniformemente todas as frequências contidas na referida banda.

O ruído que lhe é presente $r_B$ (t) tem uma distribuição espectral W (f) constante e igual a Wo pelo que o valor médio do quadrado da tensão de ruído transmitido

$$R_B = \overline{r_B^2 (t)} \qquad (1 - VII)$$

será

$$R_B = \int_{(B)} W (f)\, df = \int_B Wo\, df = Wo\, B. \qquad (2 - VII)$$

Admite-se que o ruído é de baixo nível e que portanto após a detecção se sobrepõe à sucessão de impulsos não modulada, a qual funciona como sinal modulante da frequência intermédia, um ruído com uma distribuição espectral constante

$$C \cdot 2\, Wo \qquad (3 - VII)$$

confinada à banda o a $B/2$.

C é uma constante de proporcionalidade que traduz a acção cumulativa do andar de frequência intermédia e do detector.

Por simplificação vamo-nos abstrair dessa constante e admitir que a tensão de ruído r (t) que se sobrepõe à sucessão de impulsos tem uma distribuição espectral constante

$$W (f) = 2\, Wo \qquad (4 - VII)$$

limitada à banda $0 - B/2$

$$W (f) \equiv 0 \qquad f > B/2 \qquad (5 - VII)$$

Feitas estas hipóteses estamos aptos a estudar a acção do ruído nos referidos sistemas de comunicação por impulsos.

* * *

A distribuição W (f) é designada frequentemente por espectro da potência uma vez que R representa o valor médio da potência dissipada numa resistência de valor unitário.

## Modulação em amplitude

Consideremos fig. 1-VII uma sucessão de impulsos de duração T e amplitude $E_o$, admite-se que se faz uma limitação inferior de modo a eliminar o ruído que ocorre durante os intervalos entre impulsos, técnica a que já anteriormente nos referimos (fig. 25).

Deste modo o modulador recebe uma sucessão de impulsos de amplitude $E_o$ a que se sobrepõe uma tensão de ruído limitada ao tempo de ocorrência dos impulsos.

Admitindo que se toma para origem dos tempos o eixo dum dos impulsos a tensão de ruído $r_o$ (t) presente ao desmodulador será

$$r_o (t) = r (t) \left[ \frac{T}{T_r} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \operatorname{sen} n \pi \frac{T}{T_r} \varepsilon^{j n \omega_r t} \right] \qquad (6\text{-VII})$$

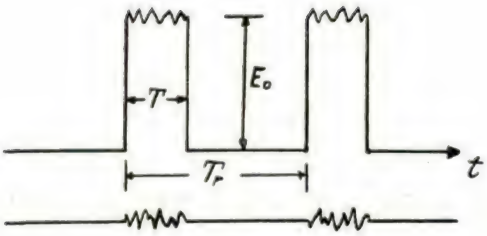



Fig. 1-VII

A expressão entre parentesis é o desenvolvimento em série de Fourier duma função m (t) (27) que é igual à unidade durante o tempo de ocorrência dos impulsos e a zero durante os intervalos entre impulsos.

* * *

(6-VII) tem uma expressão idêntica a uma sucessão de impulsos modulada em amplitude e portanto o espectro de $r_o$ (t) será dado por

$$\vec{E}\,[r_o(t)] = \frac{T}{T_r}\,\vec{g}\,(\omega) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{\pi n}\,\text{sen}\; n\pi\,\frac{T}{T_r}\,\vec{g}\,(\omega - n\,\omega_r) \qquad \text{(7-VII)}$$

em que $\vec{g}\,(\omega)$ é o espectro de r (t) o qual se distribui uniformemente na banda $(0 - B/2)$ fig. 2-VII.

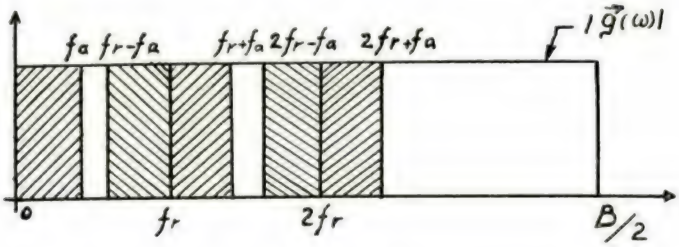



Fig. 2-VII

Admitindo que o desmodulador é um filtro passa-baixas de banda de transmissão « $f_a$ »

$$f_a \leqslant f_{r/2}$$

conclui-se da fig. 2-VII por considerações semelhantes às que se fizeram no Apêndice III que as frequências «f» de $\vec{g}\,(\omega)$ satisfazendo as

$$0 < f < f_a$$

são directamente admitidas com uma redução de $\frac{T}{T_r}$ e que as frequências «f» tais que

$$n\,f_r - f_a < f < n\,f_r + f_a$$

são admitidas também, mas indirectamente, através das bandas laterais do múltiplo «n $f_r$» da frequência de repetição sofrendo uma redução de

$$\frac{1}{\pi n}\,\text{sen}\; n\pi\,\frac{T}{T_r} \qquad \text{(8-VII)}$$

Se os impulsos fossem infinitésimais este coeficiente reduzia-se também a $\frac{T}{T_r}$

# DISJUNTORES MONOFÁSICOS

# SOPREL·TÉCO

Soprel Téco

SÉRIE **DK**

## Tipo DK I

Unipolar, sem corte de neutro

## Tipo DK II

Unipolar, com corte de neutro

- Substituem simultâneamente os interruptores e os fusíveis
- Simplificam a instalação
- Reduzem as dimensões dos quadros e melhoram a sua estética
- Evitam acidentes
- Impedem perigosas sobreintensidades
- Evitam as causas de incêndios
- Não oferecem perigo de explosão
- Calibre: 20 A
- Poder de corte superior a 1500 A
- Ligações à frente ou atrás
- Protecção por tampa de baquelita, fixa por parafuso com selo de garantia

SOPREL — SOCIEDADE DE OBRAS E PROJECTOS DE ELECTRICIDADE

REPRESENTANTES GERAIS

**INDÚSTRIAS ELÉCTRICAS ASSOCIADAS - INEL**

SEDE EM LISBOA: RUA RODRIGO DA FONSECA, 76, 4.º
TELEF. 40174, 47355, 55317, 56582 e 57158 — TELEG.: INELA-LISBOA
DELEGAÇÃO NO PORTO: RUA DE SANTA CATARINA, 470
TELEF. 28841, 28842 e 28843 — TELEG.: INELAPO-PORTO

**ROLAMENTOS DE AGULHAS**
**PORTA AGULHAS**
**AGULHAS PARA ROLAMENTOS**

aprovados durante longos anos de prática por milhares de aplicações na construção europeia de máquinas, veículos e aparelhos.

Fornecem-se, a pedido e gratuitamente tabelas com dimensões e consultas técnicas.

INA

INDUSTRIEWERK SCHAEFFLER
Fabrik der INA-Nadellager
HERZOGENAURACH b/Nuernberg
Tel. Central: Nr. 5 — Telegr.: Schaefflerwerk
Telex.: 062191

**MENCK**

Escavadora Diesel, pequena, MENK, modelo LK 50, de 28 CV, trabalhando como dragline LK/Q 0453

Representantes em Portugal:

**Sociedade Michaëlis de Vasconcellos, L.da**
PORTO — Praça da Liberdade, 114

**Eng.º J. E. Michaëlis de Vasconcellos**
LISBOA — Av. Marquês de Tomar, 94-7.º

* * *

Como o ruído r (t) tem um espectro de potência W (f) constante e igual a 2 $W_o$ segue-se que o valor médio do quadrado da tensão de ruído será

$$R = \left(\frac{T}{T_r}\right)^2 2\, W_o\, f_a + 2 \sum_{n=1}^{K} 2 W_o f_a \left(\frac{1}{\pi n} \operatorname{sen} n \pi \frac{T}{T_r}\right)^2 \qquad (9\text{-VII})$$

($2\, W_o\, f_a$) — representa a contribuição duma banda «$f_a$» e o somatório vem afectado do coeficiente 2 uma vez que existem duas bandas para cada frequência

$$n\, f_r \qquad n \neq 0$$

Na expressão (9-VII) supõe-se que existe um inteiro K tal que

$$B/_2 = K\, f_r + \frac{f_r}{2} \qquad (10\text{-VII})$$

o que pràticamente se pode admitir sempre.

A expressão (9-VII) pode escrever-se ainda

$$R = \left(\frac{T}{T_r}\right)^2 2\, Wo\, f_a \left[1 + \sum_{\substack{n=-K \\ n \neq 0}}^{K} \left(\frac{T_r}{\pi n T} \operatorname{sen} n \pi \frac{T}{T_r}\right)^2\right] \qquad (11\text{-VII})$$

Uma vez que $T \ll T_r$ a expressão entre parentesis pode ser substituída aproximadamente por

$$1 + \sum_{\substack{n=-K \\ n \neq 0}}^{K} \left(\frac{T_r}{\pi n T} \operatorname{sen} n \pi \frac{T}{T_r}\right)^2 \simeq \frac{T_r}{\pi T} \int_{-\pi \frac{B}{2} T}^{\pi \frac{B}{2} T} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2}\, dx \qquad (12\text{-VII})$$

Podemos agora utilizar a identidade:

$$\int_{-A}^{A} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2}\, dx = 2 \int_{0}^{2A} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\, dx - 2\, \frac{\operatorname{sen}^2 A}{A} \qquad (13\text{-VII})$$

ou ainda com a notação habitualmente usada

$$\int_{-A}^{A} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2}\, dx = 2\, S_i\, (2\, A) - 2\, \frac{\operatorname{sen}^2 A}{A} \qquad (14\text{-VII})$$

Tendo em atenção estas relações obtém-se finalmente

$$R = 2\, Wo\, f_a\, \frac{1}{\pi} \left[2\, S_i\, (\pi\, B\, T) - 2\, \frac{\frac{\operatorname{sen}^2 \pi\, B\, T}{2}}{\pi\, B\, T}\right] \frac{T}{T_r} \qquad (15\text{-VII})$$

que é exactamente a fórmula a que Jelonek se refere no seu trabalho.

A expressão entre parêntesis aproxima-se de $\pi$ para B T crescente.

Para

$B\,T = 1$ vale $\simeq 0{,}8\ \pi$

$B\,T = 5$ » $\simeq 0{,}95\ \pi$

Para simplificação dos resultados será tomada, no presente estudo, igual a $\pi$ assumindo então (15-VII) o valor aproximado de

$$R \simeq 2\, W_o\, f_a\, \frac{T}{T_r} \qquad (16\text{-VII})$$

Obtivemos assim a expressão do valor médio do quadrado da tensão de ruído à saída do desmodulador.

Consideremos agora o termo de audio da referida sucessão de impulsos quando modulada em amplitude por um sinal f (t). Obtém-se de (28) e vale

$$s_{MA}(t) = \frac{T}{T_r}\, E_o\, m\, f(t) \qquad (17\text{-VII})$$

O valor médio de $s^2_{MA}(t)$ será

$$S_{MA} = \overline{s^2_{MA}(t)} = \left(\frac{T}{T_r}\right)^2 E_o^2\, \overline{m^2 f^2(t)} \qquad (18\text{-VII})$$

Vamos tomar $\qquad \overline{m\, f(t)} = \frac{1}{2}$

Vindo então

$$S_{MA} = \left(\frac{T}{T_r}\right)^2 \frac{E_o^2}{2} \qquad (19\text{-VII})$$

$\frac{E_o^2}{2}$ é uma imagem do valor médio da potência de ponta da portadora não modulada, pelo que designaremos por

$$P_p = \frac{E_o^2}{2}$$

Supondo que a emissão se faz apenas durante o tempo de ocorrência dos impulsos a potência média da portadora não modulada relaciona-se com a potência de ponta por

$$\text{Potência média} = \text{Potência de Ponta} \times \frac{T}{T_r} \qquad (20\text{-VII})$$

pelo que a grandeza $P_m$

$$P_m = P_p\, \frac{T}{T_r} \qquad (21\text{-VII})$$

é uma imagem da potência média da portadora.

* * *

Posto isto podemos determinar a relação sinal-ruído o qual segundo a definição convencional será dada por

$$\left(\frac{S}{R}\right)_{MA} = \frac{P_p}{2\, W_o\, f_a}\, \frac{T}{T_r} = \frac{P_m}{2\, W_o\, f_a} \qquad (22\text{-VII})$$

Considerando a potência média $P_m$ a expressão determinada é a mesma que se obtém para um sistema de modulação de amplitude de oscilações sinusoidais. Tomando este sistema como referência podemos escrever para o sistema de modulação de impulsos em amplitude um valor relativo de:

$$F_{MA} = 1 \qquad (23\text{-VII})$$

o que significa que o sistema considerado não apresenta qualquer benefício em relação ao sistema de modulação de amplitude de oscilação sinusoidais, isto é, tem um factor de melhoria igual a 1.

## Modulação no tempo

O ruído na modulação no tempo resulta, como já nos referimos, dos impulsos não serem rigorosamente rectangulares o que a dar-se implicava uma largura de banda infinita.

A existência duma largura de banda finita acarreta que os lados dos impulsos apresentem uma determinada inclinação à qual se sobrepõe o ruído (fig. 24).

Deste modo mesmo que se utilize um selector de amplitudes haverá sempre ruído que corres ponde áquele que ocorre nos intervalos de tempo $\tau_0$ (fig. 3 - VII).

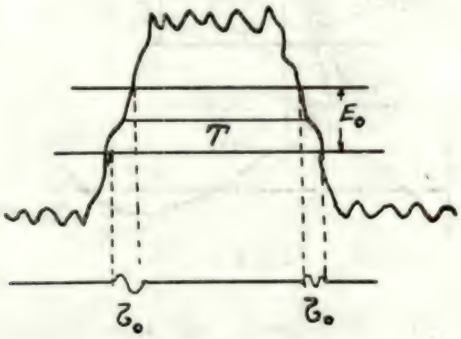



Fig. 3-VII

Até aqui considerámos sempre impulsos rectangulares. Para que as expressões estabelecidas continuem a ter validade é preciso fazer um reparo. Assim começaremos por fazer notar que, para impulsos de curta duração, isto é, em que o inverso da duração seja muito menor que a banda de transmissão «$f_a$» do filtro desmodulador o espectro dum impulso trapezoidal de amplitude E (fig. 4-VII) pode-se considerar constante e igual a

$$\frac{E}{2\pi}\left(T_2 + \frac{T_1}{2}\right) = \frac{ET}{2\pi} \qquad (23 - VII)$$

Isto é pode-se igualar ao espectro dum impulso rectangular de curta duração e cuja duração T seja a que corresponde ao nível médio de amplitude. É fácil demonstrar este resultado.

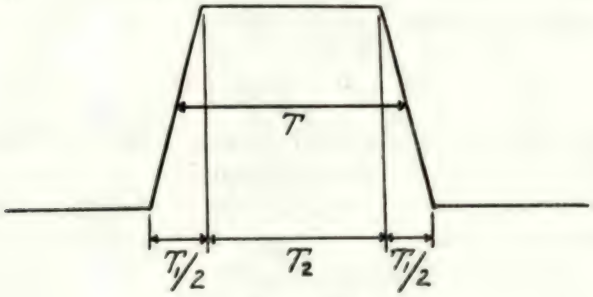



Fig. 4-VII

Podemos assim, para impulsos de curta duração, continuar a raciocinar como se se tratasse de impulsos rectangulares.

* * *

## Modulação em duração e posição

Na fig. 5-VII representa-se um dos lados do impulso ao qual se sobrepõe uma tensão de ruído r (t).

Admitindo que $\tau_o$ é suficientemente curto o lado do impulso sofre uma variação vertical que se pode considerar constante no intervalo $\tau_o$ o que equivale a uma observação instantânea da tensão de ruído r (t). Periòdicamente com a frequência $f_r$ o ruído é observado, o que corresponde a um deslocamento vertical do lado do impulso duma quantidade r ($t_1$), em que $t_1$ é o instante de observação.

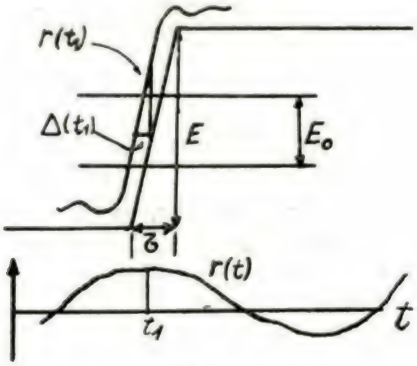



Fig. 5-VII

A cada variação vertical r ($t_1$) corresponde um deslocamento horizontal $\Delta$ ($t_1$) dado por fig. 5 - VII

$$\Delta (t_1) = \frac{\tau}{E} r (t_1) \qquad (24 - VII)$$

$\Delta$ (t) traduz uma modulação no tempo do lado do impulso de amplitude $E_o$ seleccionado entre os níveis do selector de amplitudes.

* * *

Nas considerações que se seguem tomamos como base fundamental o admitir-se que $E_o$ é suficientemente pequeno para que se tenha um $\tau_o$ tal que se possa considerar de curta duração em relação à lei de variação de r (t).

As fórmulas só são rigorosas, pois, na hipótese considerada.

* * *

Já notámos anteriormente e focámos o facto nos oscilogramas 21-22 de uma sucessão de impulsos de duração infinitesimal e frequência de repetição « $f_r$ » modulada em amplitude por um sinal sinusoidal de frequência

$$n f_r \pm f_1 \qquad f_1 < f_r/2$$

tomar o mesmo aspecto que uma sucessão de impulsos modulada pela frequência «$f_a$»

Isto significa que todas as frequências do sinal modulante se reflectem na banda $(0 - f_r/2)$ e que, portanto, quaisquer que sejam as frequências do sinal modulante o aspecto da sucessão modulada é sempre o duma sucessão modulada por um sinal com frequências contidas na banda $(0 - f_r/2)$ e que são afinal as bandas laterais das frequências «$n f_r$».

«Se os impulsos forem infinitesimais as bandas recebem a mesma redução e se o sinal tiver as características dum ruído (Apêndice III) o valor médio do quadrado do sinal modulante transformado e reduzido à banda $(0 - f_r/2)$ é igual ao valor médio do quadrado do sinal modulante».

Uma modulação em amplitude é um processo de observação de amplitudes e deste modo podemos concluir que devido à acção do ruído existe uma modulação no tempo por um sinal $\Delta$ (t) confinado à banda $(0 - f_r/2)$ cujo espectro se distribui uniformemente na referida banda.

Atendendo à expressão do termo de audio na modulação em duração (expressão 120)

$$E_o \frac{T}{T_r} m f (t) \qquad (25 - VII)$$

segue-se que no presente caso devido ao ruído r (t) haverá uma resposta

$$\frac{E_o \Delta (t)}{T_r} \qquad (26 - VII)$$

Admitindo que a banda de transmissão era $f_{r/2}$ conclui-se das considerações feitas que o valor médio do quadrado da tensão de ruído será

$$R' = \frac{\overline{\Delta^2 (t)}}{T_r^2} E_o^2 = E_o^2 \frac{\tau^2}{T_r^2} \frac{\overline{r^2 (t)}}{E^2} \qquad (27 - VII)$$

mas

$$\overline{r^2 (t)} = W_o B \qquad (28 - VII)$$

donde vem

$$R' = E_o^2 \frac{\tau^2}{T_r^2} W_o B \qquad (29 - VII)$$

Admitindo que o filtro tem uma banda de transmissão «$f_a$» e como o espectro se distribui uniformemente, teremos finalmente

$$R_{1/2} = E_o^2 \frac{\tau^2}{T_r^2} W_o B \frac{f_a}{f_{r/2}} \qquad (30 - VII)$$

Em que o índice $^1/_2$ significa que se trata do ruído relativo a um lado apenas.

Deste modo teremos para a modulação em duração e posição respectivamente

$$R_{MD} = 4 W_o f_a \frac{E_o^2}{E^2} \tau^2 \frac{B}{T_r} \qquad (31 - VII)$$

$$R_{MP} = 2 W_o f_a \frac{E_o^2}{E^2} \tau^2 \frac{B}{T_r} \qquad (32 - VII)$$

Na modulação em posição admite-se que esta é transformada localmente numa modulação em duração pelo que só interessa considerar o ruído correspondente a um dos lados.

Por uma definição conveniente da largura de banda B podemos estabelecer a seguinte relação entre B e o tempo $\tau$ de crescimento do impulso

$$B \tau = 1 \qquad (33 - VII)$$

Substituindo $\tau$ por $^1/B$ as fórmulas simplificam-se para:

$$R_{MD} = 4 W_o f_a \frac{E_0^2}{E^2} \frac{1}{T_r} \frac{1}{B} \qquad (34 - VII)$$

$$R_{MP} = 2 W_o f_a \frac{E_0^2}{E_2} \frac{1}{T_r} \frac{1}{B} \qquad (35 - VII)$$

* * *

**Modulação de frequência — MF**

Vamos admitir que os impulsos, na recepção, controlam um gerador de impulsos regenerando um impulso rectangular indeformado.

O ruído resultará neste caso apenas da variação ocasional do lado do impulso que controla o gerador de impulsos rectangulares.

Teremos deste modo uma variação da densidade de impulsos no tempo o que significa que o ruído introduz uma variação da frequência de repetição dos impulsos.

Sendo $\Delta(t)$ a variação instantânea do lado do impulso e atendendo à expressão da componente de audio duma sucessão de impulsos modulada em frequência (125) segue-se que teremos à saída do desmodulador uma tensão instantânea de ruído dado por

$$E_o \frac{T}{T_r} \Delta' (t) \qquad (36 - VII)$$

em que T é a duração do impulso regenerado.

Se quisermos calcular o valor médio do quadrado da tensão de ruído teremos que determinar

$$E_0^2 \frac{T^2}{T_r^2} \overline{\Delta'^2 (t)} \qquad (37 - VII)$$

Sendo

$$\vec{h} (\omega) = \vec{E} [\Delta (t)] \qquad (38 - VII)$$

o espectro de $\Delta'(t)$ será

$$\vec{E} [\Delta' (t)] = \vec{h_1} (\omega) = j \omega \vec{h} (\omega) \qquad (39 - VII)$$

Daqui resulta que se o espectro de potência de

$$\Delta (t) \text{ for } \frac{\tau^2}{E^2} W (f) \qquad (40 - VII)$$

o espectro de $\Delta' (t)$ será :

$$\frac{\tau^2}{E^2} W_1 (f) = \frac{\tau^2}{E^2} \omega^2 W(f) \qquad (41\text{-}VII)$$

Como anteriormente se demonstrou

$$\Delta (t) = \frac{\tau}{E} r (t)$$

e

$$\Delta^2 (t) = \frac{\tau^2}{E^2} r^2 (t) = \frac{\tau^2}{E^2} W \ B$$

No caso presente o espectro de $\Delta (t)$ está confinado e uniformemente distribuído na banda (o a $f_r/_2$) pelo que a partir de 40-VII teremos também

$$\overline{\Delta^2 (t)} = \frac{\tau^2}{E^2} W (f) \cdot \frac{f_r}{2}$$

Egualando as duas expressões de $\overline{\Delta^2 (t)}$ obtemos :

$$W (f) = 2 W_o \frac{B}{f_r}$$

$$W_1 (f) = 2 W_o \frac{B}{f_r} \omega^2 \qquad (42\text{-}VII)$$

O espectro de potência do ruído $R_{MF}$ será então atendendo a (36-VII) (41-VII) e (42-VII) dado por:

$$W_{MF}(f) = E_0^2 \left(\frac{T}{T_r}\right)^2 \left(\frac{\tau}{E}\right)^2 W_1(f) \qquad (43\text{-VII})$$

O ruído $R_{MF}$ obtém-se então a partir de:

$$R_{MF} = \int_0^{f_a} W_{MF}(f)\, df$$

em que «$f_a$» é a frequência limite do filtro desmodulador.

Efectuadas todas as operações obtém-se finalmente

$$R_{MF} = 2 E_0^2 \frac{T^2}{T_r^2} \frac{\tau^2}{E^2} \frac{B}{f_r} W_0 (2\pi)^2 \int_0^{f_a} f^2\, df \qquad (44\text{-VII})$$

ou seja ainda

$$R_{MF} = 2 E_0^2 \frac{T^2}{T_r^2} \frac{\tau^2}{E^2} \frac{B}{f_r} W_0 (2\pi)^2 \frac{f_a^3}{3}$$

Atendendo à relação

$$B\tau = 1$$

a expressão simplifica-se para:

$$R_{MF} = \frac{2}{3} (2\pi)^2 \frac{E_0^2}{E^2} \frac{T^2 f_a^3 W_0}{B\ T_r} \qquad (45\text{-VII})$$

**Relação sinal-ruído para a modulação no tempo**

Posto isto vamos determinar a relação sinal-ruído para os três tipos de modulação considerados. Para isso vamos considerar a expressão do termo de audio nos diversos casos.

Na modulação em duração:

$$s(t)_{MD} = E_0 \frac{T}{T_r} m f(t) \qquad (46\text{-VII})$$

T é a duração do impulso não modulado

Para o caso da modulação em posição teremos para o tipo de de desmodulação considerado

$$s(t)_{MP} = E_0 \frac{T_a}{T_r} m f(t) \qquad (47\text{-VII})$$

em que $T_a$ é o deslocamento máximo no tempo que os impulsos podem ter.

Para o caso da modulação de frequência teremos:

$$s(t)_{MF} = E\ T\ F_0\ m\ f(t) \qquad (48\text{-VII})$$

$F_0$ é o desvio máximo de frequência.

* * *

Determinemos agora os valores médios S admitindo-se que

$$\overline{m^2 f^2(t)} = \frac{1}{2}$$

obtém-se:

$$S_{MD} = \frac{E_o^2}{2}\,\frac{T^2}{T_r^2} = \frac{E^2}{2}\,\frac{E_o^2}{E^2}\,\frac{T^2}{T_r^2} = P_p\,\frac{E_o^2}{E^2}\,\frac{T^2}{T_r^2} \qquad (49\text{-VII})$$

$$S_{MP} = \frac{E_o^2}{2}\,\frac{T_a^2}{T_r^2} = \frac{E^2}{2}\,\frac{E_o^2}{E^2}\,\frac{T_a^2}{T_r^2} = P_p\,\frac{E_o^2}{E^2}\,\frac{T_a^2}{T_r^2}$$

$$S_{MF} = \frac{E_o^2}{2}\,T^2 F_o^2 = \frac{E^2}{2}\,\frac{E_o^2}{E^2}\,T^2 F_o^2 = P_p\,\frac{E_o^2}{E^2}\,T^2 F_o^2$$

Atendendo às expressões anteriores vem as seguintes relações:

$$\left(\frac{S}{R}\right)_{MD} = \frac{P_p}{4\,W_o\,fa}\,\frac{T}{T_r}\,B\,T = \frac{P_m}{2\,W_o\,fa}\cdot\frac{B\,T}{2} \qquad (50\text{-VII})$$

$$\left(\frac{S}{R}\right)_{MP} = \frac{P_p}{2\,W_O\,fa}\,\frac{T_a^2}{T_r}\,B = \frac{P_m}{2\,W_O\,fa}\,\frac{T_a^2\,B}{T}$$

$$\left(\frac{S}{R}\right)_{MF} = \frac{P_p}{2\,W_O\,fa}\,\frac{3}{(2\pi)^2}\left[\frac{F_O}{fa}\right]^2 T_r\,B = \frac{P_m}{2\,W_O\,fa}\,\frac{3}{(2\pi)^2}\left[\frac{F_O}{fa}\right]^2 \frac{T_r^2}{T}\,B$$

Considerando como referência o sistema de modulação de amplitude e tomando como critério de comparação o valor médio da potência resultam finalmente os seguintes factores de melhoria

$$F_{MD} = \frac{B\,T}{2}$$

$$F_{MP} = \frac{T_a^2\,B}{T} \qquad (51)$$

$$F_{MF} = \frac{1}{4\,\pi^2}\;3\left[\frac{F_o}{f_a}\right]^2 \frac{B\,T_r^2}{T}$$

* * *

No estudo feito tomou-se sempre em todos os casos T como a duração dos impulsos, assumindo-se assim que a duração do impulso transmitido é igual à duração do impulso à entrada do desmodulador. Na modulação de frequência admite-se também que o impulso regenerado tem a duração do impulso transmitido.

Na realidade o impulso sofre uma deformação devido à limitação introduzida por uma largura de banda B/2 finita, pode no entanto tomar-se com aproximação que a duração do impulso no nível médio em que actua o selector de amplitudes é igual à duração do impulso transmitido.

No caso da modulação em duração deverá ter-se em atenção que a modulação não poderá ser de 100 % pois tem que se contar com uma duração mínima associada à largura de banda B.

Pode-se tomar com suficiente aproximação que a duração mínima associada à largura de banda B/2 é 1/B pelo que a duração mínima será

$$T_m = \frac{1}{B}$$

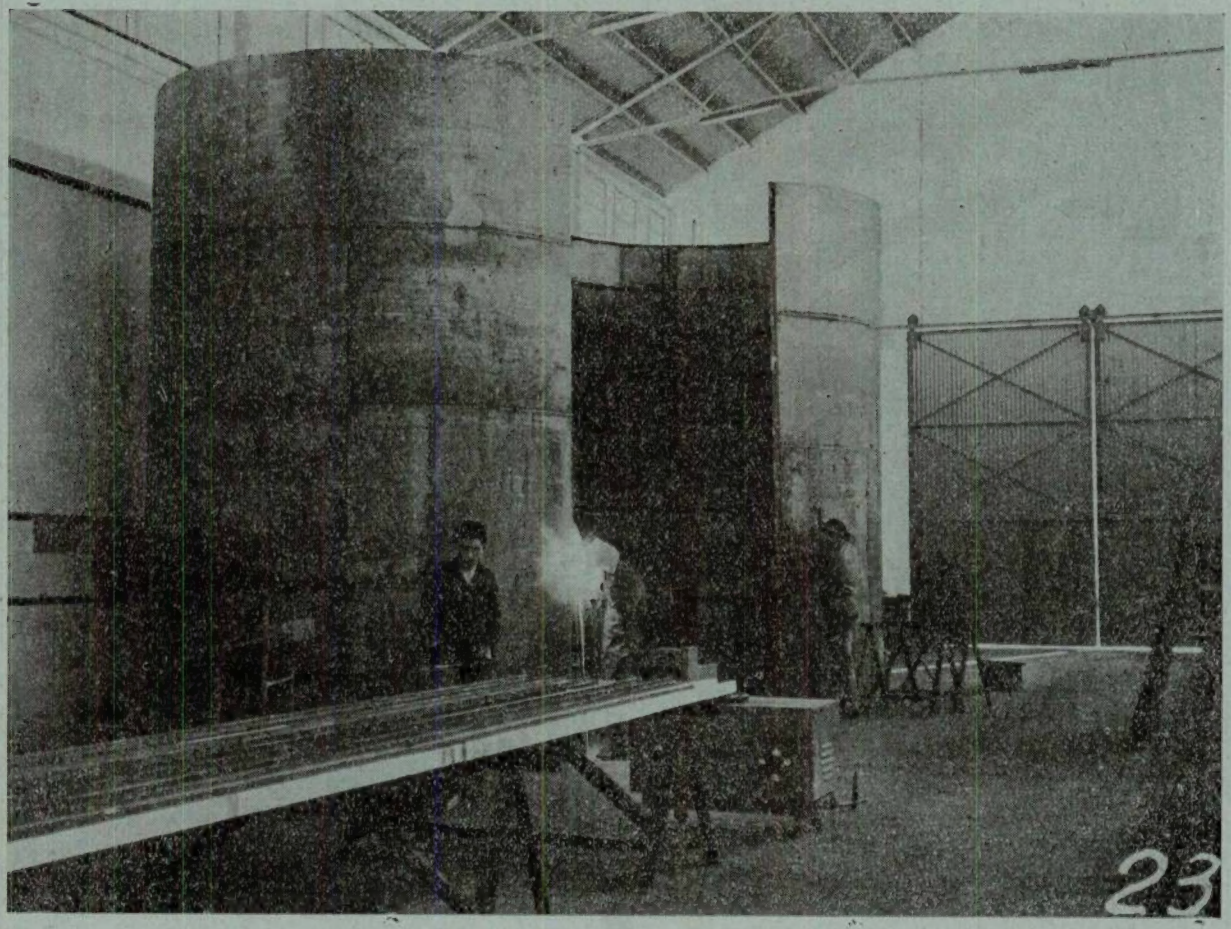
Faz-se notar que esta duração é compatível com o tempo de crescimento $\tau$ definido por

$$\tau = \frac{1}{B}$$

# MAGUE

S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA

Alverca — Portugal




Cofragens Metálicas para Túnel

PROJECTO E FABRICO DE

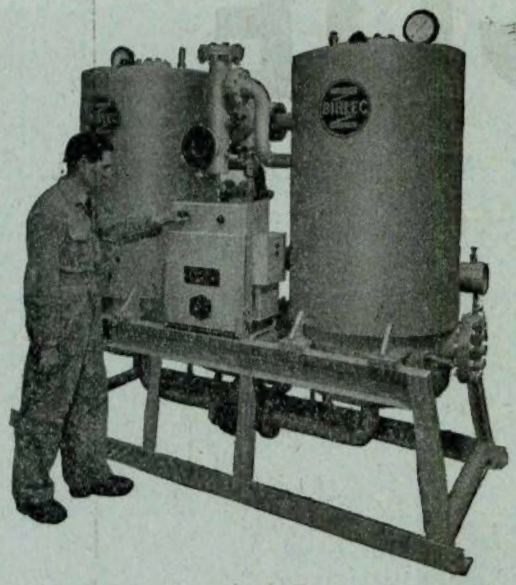
PONTES ROLANTES

GUINDASTES

GRUAS, DERRICKS E GUINCHOS

APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS

CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS



A **humidade** é a causa de sérios problemas de ordem técnica e de incalculáveis prejuízos.

Estes inconvenientes podem ser totalmente eliminados com a utilização dos **Exsicadores "BIRLEC".**

BIRLEC

LIMITED

**BIRMINGHAM — Inglaterra**

**Reprentantes :**

*Ahlers, Lindley, Limitada*

Rua Ferregial de Baixo, 33-2.º
LISBOA
Telef. 21321/4

Palácio do Atlântico, 408
Praça D. João I
PORTO — Telef. 31414/5

uma vez que se admita que o impulso de duração mínima adquire na recepção uma forma triangular em que a base mede $2\tau$ e portanto no nível médio a duração é $\tau$.

Nestas circunstâncias na modulação em duração, T designa não a duração do impulso mas o máximo deslocamento no tempo.

Se quisermos corrigir o facto devemos atender à fórmula que nos dá a relação sinal-ruído em função da potência de ponta $P_p$

$$\left(\frac{S}{R}\right)_{MD} = \frac{P_p}{2\,Wofa}\;\frac{T}{T}\;\frac{BT}{2}$$

e substituir T por

$$\left(T - \frac{1}{B}\right) = \text{deslocamento máximo no tempo}$$

Em que T é agora a duração do impulso transmitido e $^1/B$ a duração mínima.

Obtém-se assim uma nova expressão:

$$\left(\frac{S}{R}\right)_{MD} = \frac{P_p}{2\,W_o\,fa}\;\frac{T}{T_r}\;\frac{BT}{2}\left(1 - \frac{1}{BT}\right)^2 = \frac{P_m}{2\,W_o\,fa}\;\frac{BT}{2}\left(1 - \frac{1}{BT}\right)^2 \qquad \text{(VII)}$$

e um factor de melhoria

$$F_{MD} = \frac{BT}{2}\left(1 - \frac{1}{BT}\right)^2$$

* * *

Por último queremos salientar, mais uma vez, que as fórmulas obtidas para a modulação no tempo, supõem um intervalo $E_o$ no selector de amplitude, tal que $\tau_o$, tempo durante o qual o ruído actua no lado do impulso, se possa considerar de curta duração em relação à lei de variação de r (t).

Notamos ainda que todos os resultados obtidos coincidem com os resultados publicados por Jelonek em «Noise Problems in Pulse Communication — The Journal of The Institution of Electrical Engineers — Vol. 94, Part III-A — 1947.

Para a modulação em amplitude Jelonek limita-se a indicar os resultados. Na dedução do referido resultado usamos um método directo aliás já apresentado de forma semelhante noutras publicações: Gouriet — The Journal of the Institution of Electrical Engineers — Vol. 94, Part III-A — 1947, pág. 551, e Amaro Vieira — Relação sinal-ruído nos sistemas Radioeléctricos — Memórias da Ordem dos Engenheiros — N.º 106 — Outubro, 1955.

Na modulação no tempo Jelonek usa um método completamente diverso daquele que utilizamos. Tomando como base a distribuição provável dos deslocamentos $\Delta t$ ocasionados pela acção do ruído calcula a partir daí o espectro de potência do ruído R e finalmente o valor médio R.

Supomos deste modo que o método que seguimos é original.

## BIBLIOGRAFIA


*A* — LIVROS:

H. Black — Modulation Theory — Van Nostrand — 1953.
Goldman — Information Theory — Prentice-Hall — 1953.
Bell — Information Theory — Pitman — 1952.
Shannon — The Mathematical Theory of Communication The University of Ilinois — Press — 1949
Wiener — Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Series — Wiley — 1949.
Wiener — Cybernetics — Wiley 1948.
Chance — Waveforms — Radiation Laboratory Series — V. 19.
Wallman — Vacuum Tube Amplifiers — Rad. Lab. Series — V. 18.
Moskowitz — Pulse Techniques — Prentice Hall — 1951.
Thomson — Radio Communication at Ultra High Frequency — Methuen — 1950.
Seely — Electron Tube Circuits — McGraw — Hill — 1950.
Beranek — Acoustics — McGraw — Hill — 1954.
Churchill — Fourier — Séries and Boundary Values — McGraw — Hill — 1941.

*B* — ARTIGOS DE REVISTAS:

Sunde — Theoretical Fundamentals of Pulse Transmission — The Bell Sistem Techical Journal — Maio — Julho 1954.
Fitch — The Spectrum of Modulated Pulses — The Journal of Institution of Electrical Engineers, Vol. 94 — Part. III-A — N.º 13, 1947.
Jelonek — Noise Problems in Pulse — Communication System J. I. E. E. — Vol. 94 — Part. III-A — N.º 13, 1947.
Shannon — The Philosophy of P. C. M. — Proceedings of the Institute of Radio Engineers P. I. R. E. Novcmbro 1948.
Shannon — Communication in Presence of Noise — P. I. R. E. — Janeiro 1949.
Meachan — An Experimental Multichannel Pulse Code Modulation System of Toll Quality — B. S. T. J. — The Bell System Journal — Janeiro 1948.
Sears — Electron Beam Deflection Tube for Pulse Code Modulation — B. S. T. J. — Janeiro 1948.
Goodall — Telephony by Pulse Code Modulation B. S. T. J. — Julho 1947.
Benett — Band Width and Transmission Performance B. S. T. J. — Julho 1949.
Landon — Theoretical Analysis of Various Sistems of Multiplex Transmission R. C. A. Review — Junho e Setembro 1948.
Chance — Time Modulation and Demodulation Proceedings of I. R. E. — Outubro 1947.
Ross — Pulse — Frequency Modulation Proceedings of I. R. E. — Novembro 1949.
Gabor — Theory of Communication.
The Journal of the Institution of Electrical Engineers — Vol. 93 — Part. III — N.º 26 — Novembro 1946.
Panter — Distortion in Pulse — Count Modulation Proceedings of the I. R. E. — Janeiro 1951.
Deloraine — Pulse Time Modulation
Electrical Communication — Vol. 22 — N.º 2 — 1949.
Deloraine — Pulse Modulation
Electrical Communication — Vol. 26 — N.º 3 — 1949.
Amaro Vieira — Relação Sinal-Ruído nos Sistemas Radio Electricos — Memórias da Ordem dos Engenheiros — Out. 1955.
Gouriet — Random Noise Characteristics — JIEE — Vol. 94 — Part. III-A — 1947.